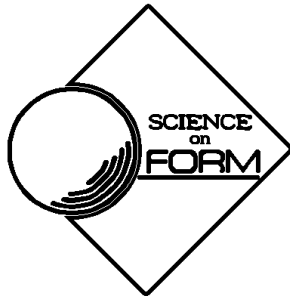
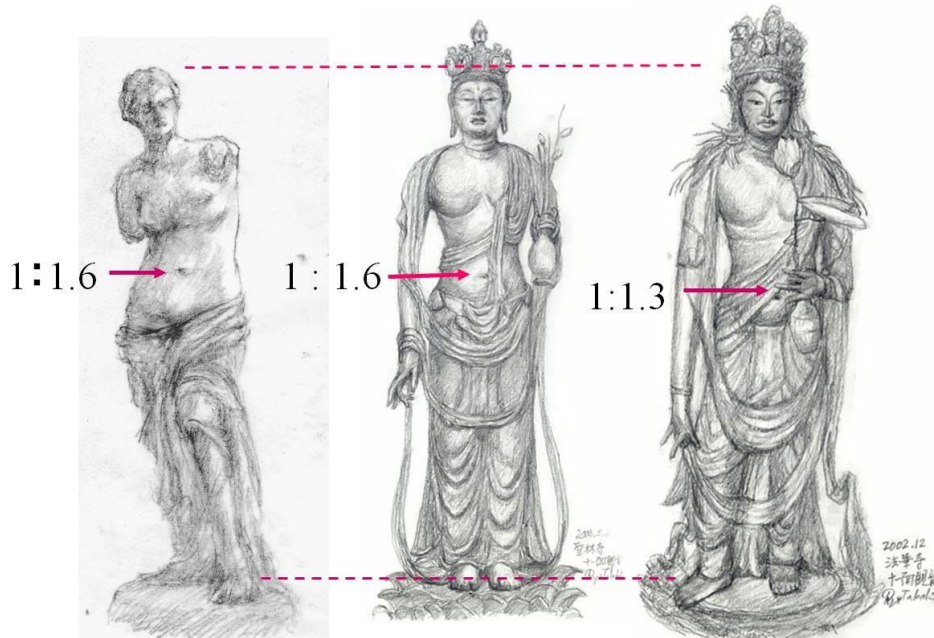


形の科学シンポジウム講演予稿集 Vol. 4 No. 2 (2019 年 11 月)

Proceedings of Symposium of the Society for Science on Form, Japan



第 88 回 形の科学シンポジウム 「多様な形とフィボナッチ数」



ミロのビーナス

聖林寺十一面観音

法華寺十一面観音

(スケッチ：高木隆司)

会期：2019 年 11 月 8 日(金), 9 日(土), 10 日(日)

会場：埼玉工業大学 26 号館

形の科学会

<https://katachi-jp.com/>

第 88 回 形の科学シンポジウム「多様な形とフィボナッチ数」

【主催】形の科学会

【会期】2019 年 11 月 8 日(金), 9 日(土), 10 日(日)

【会場】埼玉工業大学 26 号館 (講演会場: 大会議室, 展示会場: 中会議室)

【代表世話人】根岸利一郎 (埼玉工業大学)

〒369-0293 埼玉県深谷市普濟寺 1690 E-mail: negishi[at]sit.ac.jp

【参加費】会員・非会員ともに一般 5000 円, 学生 1000 円

【懇親会】2019 年 11 月 9 日(土) 夕方, カフェロータス (埼玉工業大学内)

【懇親会費】一般 4000 円, 学生 2000 円

【WEB サイト】<https://katachi-jp.com/sympo88> (予稿集最新版をカラー閲覧可能)

プログラム

11 月 8 日(金) 第 1 日目

10:00~ 受付 (於 講演会場前)

11:00~11:05 開会の辞 (根岸利一郎)

11:05~11:20 展示説明 (質疑なし) (座長 海野啓明)

- ・ 学生が制作した折り紙モデル作品

石原正三 (埼玉県立大学)

- ・ 黄金比／フィボナッチ／ペンローズをめぐる
30 年来の作品

日詰明男 (幾何学アーティスト)

- ・ わが社が目指す玩具について

前畑謙次 (イメージミッション木鏡社)

- 1

- ・ ケプラーの三角形とその仲間

杉本剛 (神奈川大学) 2

招待講演・公開講座 (入場無料) (座長 根岸利一郎)

11:20~12:20

花の形の多様性

秋田祐介 (埼玉工業大学・准教授)

- 3

12:20~13:50 昼休み (温室見学)

招待講演・公開講座 (入場無料) (座長 根岸利一郎)

13:50~14:30

日本フィボナッチ協会の歩み

大関清太 (日本フィボナッチ協会代表, 宇都
宮大学・名誉教授) 5

14:30~14:45 休憩 (15 分間)

フィボナッチセッション・第 1 部 (座長 手嶋吉法)

14:45~15:10

茶碗などに見られるひび割れについて

海野啓明 (仙台高専・名誉教授) 7

15:10~15:35

力学系における黄金比の不思議

山口喜博 (元帝京平成大学) 9

15:35~15:50 休憩 (15 分間)

フィボナッチセッション・第 2 部 (座長 海野啓明)

15:50~16:15

黄金比／フィボナッチ／ペンローズをめぐる造形と音楽

日詰明男 (幾何学アーティスト) 11

15:15~16:40

五角野球の提案 (野球に関する幾何学的考察)

阿竹克人 ((株) 阿竹研究所) 13

11月9日(土) 第2日

9:00～ 受付

形の科学一般 (座長 吉野 隆)

9:45～10:10

結晶における回折対称の上昇 II

松本崧生 (金沢大学・名誉教授) …… 15

10:10～10:35

InterRad 15 以降の放散虫研究・教育・普及活動
と将来展望

松岡 篤 (新潟大学) …… 17

10:35～10:45 展示説明 (質疑なし)

・2020年用の放散虫カレンダー

松岡 篤 (新潟大学), 富田 雄太 (同) … 19

・九つの正多面体模型を作る!

小梁 修 (OSA 工房)

10:45～11:00 休憩 (15 分間)

特別講演・公開講座 (入場無料)

形の科学会・学会賞受賞記念 (座長 松岡 篤)

11:00～12:00

形の科学の基礎概念 サイズ・対称性・比率

高木隆司 (東京農工大学・名誉教授)

…………… 20

12:00～13:30 昼休み

12:05～ Forma 編集委員会 (2651 室)

招待講演・公開講座 (入場無料) (座長 根岸利一郎)

13:30～14:30

植物のフィボナッチ螺旋の謎を解く

近藤 滋 (大阪大学・教授) …… 22

14:30～14:45 休憩 (15 分間)

形の科学一般 (座長 高田宗樹)

14:45～15:10

組織切片の伸展によるひび割れパターン形成:新
規な病態診断手法

大社奈摘 (同志社大学), 山田宗茂 (京都大学),
鶴山竜昭 (同), 剣持貴弘 (同志社大学) … 24

15:10～15:35

ランダム・フリップ・ウォークが生成するパターン
吉野 隆 (東洋大学) …… 26

15:35～15:50 休憩 (15 分間)

形の科学一般 (座長 石原正三)

15:50～16:15

ルリビタキの羽枝の詳細モデルを用いた構造色
の有限要素解析

植田 毅 (東京慈恵会医科大学), 藤井雅留太 (信
州大学), 森本 元 (山階鳥類研究所) …… 28

16:15～16:40

星形正多面体の体積比較

小梁 修 (OSA 工房) …… 30

17:30～19:20 懇親会 (司会 根岸利一郎)

会場 (カフェロータス)

19:30 発 岡部駅行きバス

11月10日(日) 第3日

9:00～ 受付

形の科学一般 (座長 松浦康之)

9:30～ 9:55 (25分)

ゼロから始める Android アプリの Java プロ
グラミング

万里川則亮 (福井大学), 高津和紀 (同),
平田隆幸 (同) 31

9:55～10:10 (15分)

立体映像の周辺視認時における視線運動に関す
る研究

小野蓮太郎 (福井大学), 高田宗樹 (同),
平田隆幸 (同), 山本将太 (同), 増永澄紀 (同),
松浦康之 (岐阜市立女子短期大学国) 33

10:10～10:25 (15分)

3D プリンタによるクラリネット用シングルリ
ードの製作と評価

守部綾香 (千葉工業大学), 秋田剛 (同)
..... 35

10:25～10:40 休憩 (15分間)

形の科学一般 (座長 植田 毅)

10:40～11:05

立体概念の形成を支援する科学折り紙教材 IV,
アクティブラーニングのための折り紙モデル

石原正三 (埼玉県立大学) 37

11:05～11:30

異常回転分岐への長い道

山口喜博 (元帝京平成大学) 39

11:30～13:00 昼休み

11:35～ 運営委員会 (2651 室)

フィボナッチセッション・第3部 (座長 松浦 執)

13:00～13:25

砂丘による parastichy pair を決定する

根岸利一郎 (埼玉工業大学), 関口久美子 (同),
内田正哉 (同) 船崎明美 (㈱ビジネスサポート)
..... 41

13:25～13:50

火山地形の進化におけるエントロピーの概念

金子尚人 (東北大学), 長濱裕幸 (同) .. 43

13:50～14:05 休憩 (15分間)

フィボナッチセッション・第4部 (座長 山口喜博)

14:05～14:30

プラスチック定数の有理数乗の辺の長さを持つ
三角形

中川幸一 (埼玉大学) 45

14:30～14:55

対称関数とフィボナッチ数

渋川元樹 (神戸大学) 47

15:00 閉会の辞 (根岸利一郎)

【事務局より】

論文投稿案内 (Call for Papers) 49

シンポジウム世話人の募集 50

入会案内 51

わが社が目指す玩具について

前畑謙次・前畑典子・富田雄太・志村春香・長倉輝昂

株式会社イメージミッション木鏡社 静岡市葵区水落町9-10

www.imagemission.com

What is a toy? What toys we want to produce in this century?

Kenji Maehata, Noriko Maehata, Yuta Tomita, Haruka Shimura, Akitaka Nagakura

Abstract: What are toys? What was a toy? What toys we, Image Mission, try to produce in this century? Toys are fun. Toys are comfort. Toys are a culture. What are toys for you? We believe scientific mind has possibility to grow in a simple question or wonder in our daily life. We hope to produce such toys that are suggestive of universal truth.

Keywords: fun. Comfort. Science toys. Torahiko Terada, Morikazu Toda, Tadashi Tokieda, Science on Form

はじめに

展示した製品は、アメリカ、NYで発見したもので、アメリカのジョン・エドマークが考案、フランク・ヤンが製品化し、2017年のNYトイショーにおいて、ロリポプターとして展示された。日本で販売するにあたり、商品名をフィボナッチツリーとした。直観ではあるが、これはまさに立木の中にみられるフィボナッチ数を連想させたからである。回転することによってフィボナッチ螺旋から松ぼっくりのような形に変化するこのおもちゃは、アッと驚く楽しさと美しさを持つ。そして、遊びながら、フィボナッチ数や自然観察へ人々の関心が広がっていけば、それ程嬉しいことはない。

玩具市場は、所謂先進国には一定の市場サイズをもって必ず存在する。しかし残念ながら、発展途上国や、紛争国などではまだ市場としては確立されていない。それは、玩具が産業としては衣・食・住の最後に来るものであるからかもしれない。しかし一方で、人間本来の興味の発現・活動の原点は常に玩具的なものをまず志向してきたともいえるのではないか。日本・ドイツ・アメリカ・香港等世界の玩具市場に大きな変化はないが、日本において、宇宙の真理を含む玩具の開発を目指して2000年に当社が誕生したことは世界でも珍しい存在と自負し、その原点は、形の科学会、そして寺田寅彦・戸田盛和・時枝正にあると私達は考える。

文献: おもちゃの科学セレクション1, 2, 3 戸田盛和・時枝正。日本評論社他

ケプラーの三角形とその仲間

杉本 剛

神奈川大学、横浜市神奈川区六角橋 3-27-1

sugimt01@kanagawa-u.ac.jp

The Kepler Triangle and Its Kin

Takeshi Sugimoto

Kanagawa University, 3-27-1 Rokkakubashi, Kanagawa Ward, Yokohama

Abstract: The Kepler triangle, also known as the golden right triangle, is the right triangle with its sides of ratios ' $1 : \phi^{1/2} : \phi$,' where ϕ denotes the golden ratio. Also known are the silver right triangle and the square-root-three ϕ right triangle. This study introduces the generalised golden right triangle, which have sides of lengths closely related to ϕ and the Fibonacci numbers.

Keywords: Fibonacci Sequence, Golden Ratio, Kepler Triangle, Generalised Golden Right Triangle

1. いとぐち

ギリシャのヘロドトス (485-425BCE) が、クフ王のピラミッドについて、「歴史」(第2巻、記事124)に書き残した要点は、「…ピラミッドを作るために20年もの期間を要した；それからピラミッドは、一辺800フィートの正方形であって、高さも同じである。…」これが後世の数学者の手にかかると都市伝説と化して、「ピラミッド側面の三角形は高さの正方形に等しい」となる。このとき、底辺(の半分)：高さ：側面に沿って頂点から底辺に下した垂線の長さ = $1 : \phi^{1/2} : \phi$ となる。実測によれば、底辺と高さの比は伝説どおりである。

2. 理論 (詳細はポスターに譲る)

定義 I : 黄金比

$$\phi^2 = \phi + 1 ; \phi = (1 + 5^{1/2})/2.$$

定義 II : フィボナッチ数列

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \text{ s.t. } F_1 = F_2 = 1, \text{ i.e., } \{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots\}.$$

系 : 非正の世代への拡張

自然な推論から $F_0 = 0$ および $F_{-1} = 1$ を得る。

補助命題 I : ϕ とフィボナッチ数列を含む無理数比の漸化式

$$F_n = (\phi^n + F_{n-2})/\phi^2 \text{ for } n \geq 3.$$

定理 I : 一般化された黄金直角三角形

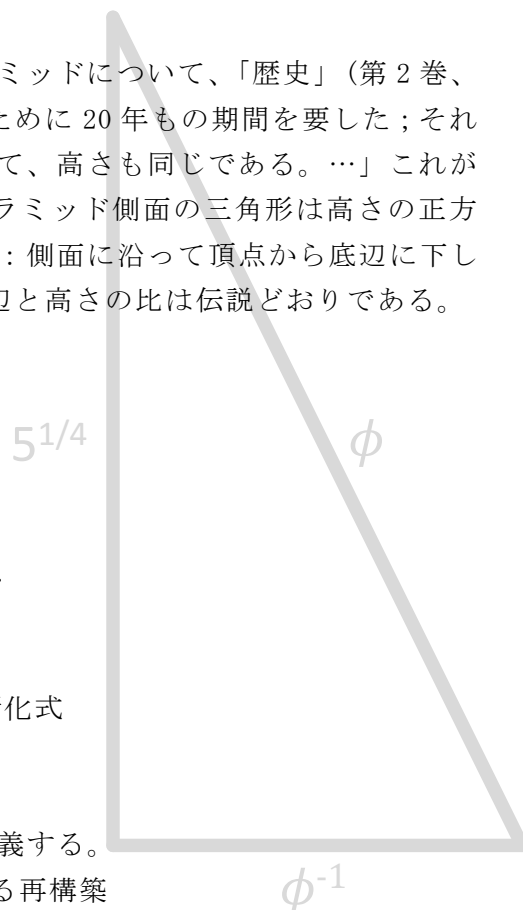
(底辺, 高さ, 斜辺) = $(F_{n-2}^{1/2}, \phi^{n/2}, F_n^{1/2}\phi)$ によって定義する。

所見 : ケプラーの三角形とその仲間の「定理 I」による再構築

既知の黄金直角三角形3例を包含 ($n=1, 3, 4$)。 $n=2$ のばあい長さ ϕ の線分へ縮退。

3. むすび

ケプラーの三角形とその仲間について、これまで3例が知られるのみだった限界に挑み、 ϕ とフィボナッチ数列の性質の援けを頼りにして、黄金直角三角形の定義を一般化することに成功した。背面の図形は、究極 ($n \rightarrow \infty$) の黄金直角三角形である。



花の形の多様性

秋田 祐介

埼玉工業大学 工学部 生命環境化学科 (深谷市普濟寺 1690)

akita@sit.ac.jp

Diversity of floral morphology

AKITA, Yusuke

Saitama Institute of Technology, 1690 Fusaiji, Fukaya, Saitama

Abstract: The discovery of the MADS-box genes and the study on classical ABC model of floral morphology have greatly improved our understanding of the molecular mechanisms driving the diversity in floral development. On the other hand, there are a variety of flower shapes, and some flowers cannot be explained by the classical ABC model. In this presentation, I summarize the relationship between MADS-box genes and floral morphology in nongrass monocots, such as Liliales (Liliaceae) and Asparagales species.

Keywords: ABCE model, floral organ identity, MADS-box gene

花は植物にとって生殖器官であり、その形態は各々の受粉に最も適した形へと変化していった。双子葉植物の花器官は、同心円状の4器官 (whorl, W) からなっており、外側から萼 (sepal, W1)、花弁 (petal, W2)、雄ずい (stamen, W3) および雌ずい (carpel, W4) が形成される (図 1a)。この花器官の形成機構には、「ABC モデル」^[1]という非常に簡潔なモデルが提唱され、様々な研究によって証明されている。このモデルによると、A クラスの遺伝子のみが機能すると萼が、A クラスと B クラスの遺伝子が共に機能すると花弁が形成される。続けて B+C クラス遺伝子が機能すると雄ずいが形成され、W4 では C クラス遺伝子のみが機能して雌ずいが形成される。この ABC モデルは、双子葉植物でモデル植物でもあるシロイヌナズナ (*Arabidopsis thaliana*) やキンギョソウ (*Antirrhinum majus*) など分子レベルから支持されている。その後、花器官形成の土台としてはたらく E クラス遺伝子の存在も確認され、このモデルは ABCE モデルへとリニューアルされている (図 1b)。一方で花の器官は多種多様で、ABCE モデルに当てはまらないケースも多々存在する。その好例に、単子葉植物、特にイネ科植物以外の花き園芸植物に多く見られる「同花被花植物」が挙げられる。同花被花植物は、W1 と W2 がともに花弁状器官であり (正確には外花被片と内花被片)、双子葉植物で見られる萼が存在しない (図 2a)。この花器官形成機構には、B クラス遺伝子が W1 まで拡大した「改変 ABCE モデル」が提唱されている (図 2b)^[2]。改変 ABCE モデルはホメオティック変異体の形態観察で提唱され、その後 B クラス遺伝子の発現解析によってある程度支持されている。このように花の形は多様であり、現在は様々な角度から花の形態形成に関わる因子の研究が進んでいる。本講演では、ユリ目 (ユリ科) やラン科植物を含むキジカクシ目といった単子葉花き園芸植物を中心に、ABCE モデルに関わる遺伝子群の解析結果を紹介し、今後の花器官形成の研究について議論する。

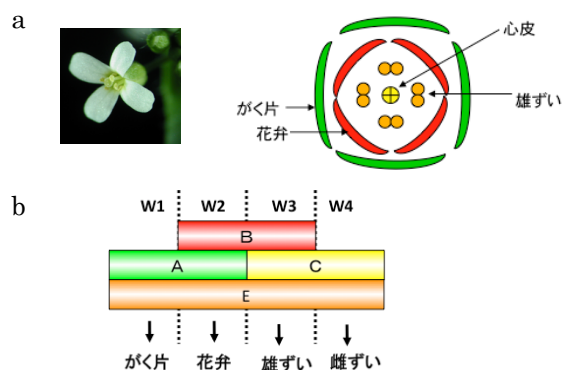


図1 双子葉植物の花器官形成機構
a: シロイヌナズナの花と模式図
b: ABCE モデル

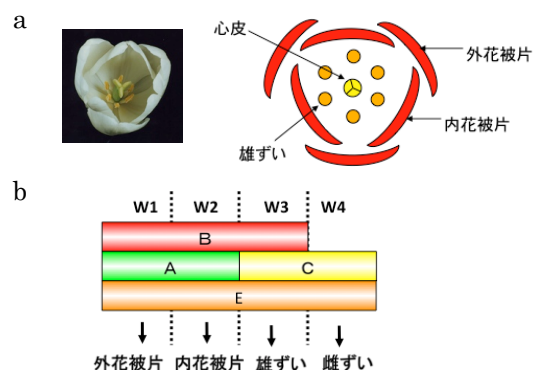


図2 単子葉植物の花器官形成機構
a: チューリップの花と模式図
b: 改変 ABCE モデル

まず B クラス遺伝子群の発現解析を行った結果、チューリップ・ユリ・ホトトギス・アガパンサス・ムスカリ・コチョウランで B クラス遺伝子の発現は W1~W3 に確認された。これは改変 ABCE モデルを支持する結果となり、B クラス遺伝子の発現と同花被花の形成には関連性があると予想された^[3]。また、ユリ属植物の C クラス遺伝子は W3 と W4 でのみ発現が確認され、W3 が花弁化した八重咲きユリでは、W3 における C クラス遺伝子の発現が減少していた^[4]。これに関して、リアルタイム RT-PCR による詳細な発現解析の結果、雄ずいの花弁化の程度が強いほど、C クラス遺伝子の発現低下が見られた^[5]。以上より、B クラス遺伝子だけでなく C クラス遺伝子も改変 ABCE モデルを支持するものとなった。一方で、食用アスパラガス (*Asparagus officinalis*) の花では、B クラス遺伝子の発現が W1 では見られなかった^[3]。

同花被花植物の B クラス遺伝子の発現は、多くで改変 ABCE モデルを支持する結果となった。しかしながら、食用アスパラガスのように支持しない結果もあった。また、ムスカリでは B クラス遺伝子が W4 でも確認されている。これらの機能や機構は不明であり、MADS-box 遺伝子群の機能分化に関連していると考えられる。C クラス遺伝子の発現は ABCE モデルと一致しており、W3 と W4 の形成機構は双子葉、単子葉ともに共通であると推測される。W3 が花弁化した八重咲きユリの解析から、whorl 特異的に C クラス遺伝子の発現制御機構が存在すると考えられた。一方、C クラス遺伝子と拮抗関係にある A クラス遺伝子は、ホメオティック変異体でも野生型と大差なく、現在のところ単子葉植物の花器官に関与しているのか不明である。今後は、これらの疑問点について研究を進める予定である。単子葉花き園芸植物には、同花被花だけでなく他にも特徴的な形態を持つものが存在し、ラン科植物に特徴的な唇弁もその一つである。近年、唇弁の形成機構も明らかになりつつあり^[6,7]、これらの研究の先には、花の形を自由に変えることのできる世界があると期待している。

【参考文献】

- [1] Coen and Meyerowitz, (1991) Nature 353: 31-37
- [2] van Tunen et al., (1993) Flowering Newsletter 16: 33-37
- [3] Kanno et al., (2007) The Scientific World Journal 7: 268-279
- [4] Akita et al., (2008) Journal of Horticultural Science and Biotechnology 83: 453-461
- [5] Akita et al., (2011) Scientia Horticulturae 128: 48-53
- [6] Hsu et al., (2015) Nature Plants 1: 1-5
- [7] Mitoma et al., (2019) The Plant Journal 99: 439-451

日本フィボナッチ協会の歩み

2019 年 11 月 8 日, 大関清太

フィボナッチ数は

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, F_1 = 1, F_2 = 1$$

で定義される簡単な数列で数学的な性質も尽きることなく研究されていますが数学以外でも生物の形態, 美術, 建築, 地下鉱物脈を効率よく見つける方法など多くの分野で顔を出します.

また漸化式の条件を外して様々な方向に一般化もされています, たとえば

初期条件を $G_1 = a, G_2 = b$ にする.

漸化式の係数を $G_n = \alpha_1 G_{n-1} + \alpha_2 G_{n-2}$ かえる.

項の数を増やす $G_n = \alpha_1 G_{n-1} + \alpha_2 G_{n-2} + \cdots + \alpha_k G_{n-k}$.

最近では対称関数の良い特殊値で拡張を試みている新しい視点も注目されています.

アメリカでフィボナッチ協会が作られたのが 1963 年で目的はフィボナッチ数と関連するトピックの研究に特化した組織作りと報告されています. *The Fibonacci Quarterly* も季刊誌としてフィボナッチ数に関心を持っていた多くの研究者をひきつけ雑誌は 1963 年, Vol.1～2003 年, Vol.41 まではオープンになっており多くの日本人研究者の論文を誰でも無料で読むことができます. 雑誌の名物コーナーに読者へ向けた初級・上級の挑戦問題と解答欄があり, 問題・解答欄にも日本人研究者の名前が目に残ります.

1984 年から隔年で国際会議 (ICFNA) が開かれ, 第 1 回はパトラス (ギリシア), 第 2 回はサン・ノゼ (アメリカ) とヨーロッパとアメリカ (またはその近郊国) が交互に開催して次回第 19 回は 2020 年 7 月 20 日～7 月 25 日にサラエボ大学で開かれます.

1996 年 (グラーツ), 1998 年 (ロチェスター) には日本から多くの研究者が集い佐藤大八郎 (Regina 大) のもとで情報の交換がされました.

日本フィボナッチ協会が立ち上がった日ははっきりしています, 1999 年 6 月 18 日である. 佐藤が日本に来るくることになり日本人研究者で集まる機会を作ってほしいと中村滋 (東京商船大学) に連絡があり中村の呼びかけに応じて 9 名が東京商船大学 (現・東京海洋大学) に集まり研究発表が行われた. 懇親会で佐藤から研究集会をもって「日本フィボナッチ協会」の創立としようと提案され決まった.

初期の頃は国際会議の間の年に研究集会を持っていたが, 2006 年からは毎年開かれるようになり, また時期も春休みの 3 月開催になった.

第 1 回 (1999 年) から第 12 回 (2014 年) までを中村が 15 年間代表として引っ張って来た. 第 13 回から代表を引き継ぎ会場を東京理科大 (神楽坂キャンパス) に移動した. 「数学セミナー」への告知や若い中川幸一 (埼玉大, 院生) がネットで研究集会を宣伝してくれた効果で新しい参加者が増えています.

発表者が必ずしも専門家だけではなく小学生から高専生・大学生, 数学に関心を持ち続けてきた人たちにも門戸を開いている. フィボナッチ数が誰にでも理解でき, 無尽蔵の結果が待ち受けているからだろう. 中学校・高校では数学クラブや SSH, また高専では 5 年生の卒論を通して生徒に数学の楽しさを紹介し未知の世界へ誘ってくれるのは先生たちで中学生や高校生は新しい環境でも継続して研究を続けている.

現在コシーの大著『フィボナッチ数・リュカ数とその応用』を初期のメンバーと次世代を担うフィボナッチ数研究者で翻訳作業をしているところです, 最近のプログラムを紹介してどのようなことに関心があるかを研究会の雰囲気味わって下さい.

第 17 回 (2019 年) 研究集会

河野 真: *Fibonomial* を含む級数に関する考察

中村 滋 (元東京海洋大学): 無限級数の収束に関する新・旧の証明
細矢治夫 (元お茶の水女子大): 等電非環式ポリエンの秘密
萩原幸男 (公財地震予知総合研究振興会): 分割数を参照してフィボナッチ (リュカ) 数の拡張を試みる
久保田和臣 (放送大学教養学部): 黄金比 ϕ の連分数表示
小梁 修 (OSA 工房): 星型正多面体の体積を ϕ (ファイ) で計算・比較してみる!
渋谷元樹 (神戸大学理学部): *cosine abenacci* 数と *abelucas* 数の不等式
梶田 光 (小学校 5 年生): スーパー双子素数の個数公式と高橋条件
土屋知人 (毎日カルチャー): 不等式 $\sigma(a) + \phi(a) \geq 2a$ の研究
宮本憲一 (毎日カルチャー): 新種のスーパーオイラー完全数について
飯高 茂 (元学習院大学): 友愛数の平行移動について
片山真一 (徳島大学理工学部), 安井宏晴 (倉吉北高校): 基石ひろいとフィボナッチ数
小松尚夫 (浙江理工大学): *Topological index with generalized continued fractions*
根岸利一郎 (埼玉工大), 関口久美子 (埼玉工大), 船崎明美 (ビジネスサポート), 内田正哉 (埼玉工大):
Parastichy numbers 決定法による充填画像評価
岩淵勇樹: フィボナッチ記数法に基づくコラッツの問題
津野祐司 (飯山高등학교): ベル方程式の整数解から得られる数列の生成関数が整数値をとる有理数の必要十分条件
中川幸一 (埼玉大, 院生): プラスチック定数の有理数乗の辺の長さを持つ三角形

参考文献

- [1] 安藤四郎: 『フィボナッチクォーターリー』とフィボナッチ国際集会「数学セミナー」, 2003 年 7 月号, 42-43.
- [2] 中村滋: 日本フィボナッチ協会の 20 年, 「数学セミナー」, 2018 年 8 月号, 48-53.

茶碗などに見られるひび割れについて

海野啓明

仙台高専（名誉教授）、仙台市青葉区愛子中央4丁目

kaino@sendai-nct.ac.jp

Cracks in Glass, China and Porcelains

Keimei, KAINO

National Institute of Technology, Sendai College, Aobaku, Sendai, 989-3128

Abstract: Various cracks occur when our cups and porcelains are broken. Some of them are shown to explain their interesting features by use of the theory of cracks of glass plates by M.Hirata et al.

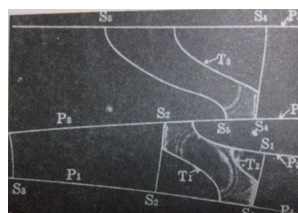
Keywords: Crack-patterns, four rules of cracks, bending, twisting, heating, fundamental frequency

1. はじめに

茶碗などとは何かのはずみで落として割れたりすると処分されるが、割れ目を眺めると興味深い形を持っている。一方、陳列された壺などでは釉薬の割れめの模様は美術品としての価値を高めている。図1の二つの壺は釉薬の割れ目の模様がよい品だと思われるが手が出せない。

図2はガラスの表面に縦方向に電気火花をはわせた後にできた割れめであるが、文献1には『まず最初にP1, P2, P3, ...と書いた割れめが電気火花の飛んだ方向に垂直な方向にそって発生する。それから、S1, S2, S3,...という割れ目ができる。SはPからほぼ垂直な方向に伸び始め、隣のPの割れ目に垂直に近い角度で到着する直線上の割れ目である。その後、T1, T2, T3と書いた割れ目が発生する。これらもやはり、Pから垂直方向に出発するが、湾曲しながら伸びていく途中、Sの割れ目に「とおせんぼう」をされてとまってしまう。』と書かれている。図1の壺の割れ目はこのような特徴を示している。

文献2（兵藤，p.256）には、ガラス板をさまざまな方法で破壊させて割れ目の模様を観察した結果から、割れ目の空間的特徴には定性的に共通する法則性が4つ列記されている。『(1) 割れめは枝分かれするが、独立な二つ以上の割れめが交差することはない。(2) 特別な条件下を別にすれば、割れめの起点は一カ所である。そこで発生した”最初の割れめ”から、通常は枝分かれによって多数の割れめが発生する。(3) 速い割れめは枝分かれするが、遅い割れ目は枝分かれしない。(4) 割れめの方角は最大引張り応力則に従う。すなわち最大引張り応力に対して垂直になるように進む。』図3は、この法則性を利用して割れめの行動モデルを作り、陶磁器のひび割れ模様をCGで生成した画像である。本稿では日常的に見られる割れ目を幾つか観察した結果から、それらの割れ目の形について気がついたことを述べる。



(a)
図1 (a)青瓷彫文壺（佐賀大学付属病院），
(b) 壺（ボクド・ハーン宮殿博物館）

図2 ガラスの表面の割れ目，
S2の長さ1mm[1,2]

図3 CGによる湯呑みの
ひび割れ（千葉等，'90）

2. 日常品の割れ目

図4は盃の割れ目である。左図の手前右の口縁が床に当たり割れ目ができたが、これはガラス板を曲げた時にできる割れ目である。これが下方方向に走り、対面に伸びて口縁に行ったようだ。左側の割れ目はその後口縁から生じたようだ。図5は茶碗の割れ目である。右上図の十字の点から割れ目が発生し、下に伸びたものは、対面の点Aから生じた割れ目に遮られて止まったようだ。図6は金属製の大鍋（モンゴル民族博物館）の割れ目である。向い合う二点と手前の一点が底で会し底が抜けている。図5は口縁の向い合う2点から同時に割れ目が生じたようだが、これは、口縁が丁度一波長となる振動が起きて、向い合う点の振幅が大となった時に割れ目が生じたと考えられる。図6の向うのW形の割れ目は図4の左図の割れ目と似ている。

東日本大震災の時、仙台高専の建物の4階にある片開き窓のガラスが図7のように割れた。窓の右枠は固定され、下部のストッパーの激しい往復運動により振られたため、振りの軸と45°の傾きに割れ目が全ての枠に生じた[3]。そのため枠の中点を結ぶ四角形が抜け落ちている。

図8は氷の割れ目で、ウランバートルの広場に置かれた彫刻に生じたもの。左図の割れ目は屈曲して伸びてそれらの割れ目に垂直に発生したものと、下部と左上から右下に走る帯状の直線的な割れ目からなる。帯状の割れ目は細い割れ目の束のようなものである。右図はV字の箇所から幅広い割れ目が伸び、凸面の山の辺りから割れ目が伸び、それらが交差しているように見える。これは(1)に反するが、細い割れ目からなっているのでそのように見えただけかも知れない。

図9はゴム風船の割れ目である。左右共にピンで胴体を突いた後に、その点から上下に割れ目が伸びる。左図では上に伸びた割れ目は首を一回りした後に既存の割れ目に垂直に入って止まる。下に伸びた割れ目も同様に既存の割れ目に垂直に入るが、ガラスの割れ目に似ている[4]。



図4 盃の割れ目

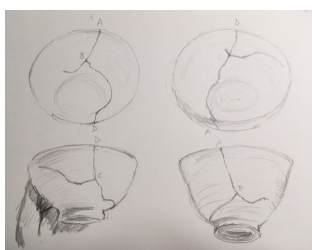


図5 茶碗の割れ目

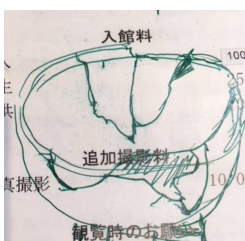


図6 金属製大鍋の割れ目



(a) (b)
図7 片開き窓硝子の割れ目



図8氷の割れ目：

左は2018年の氷の壁、右は2019年の彫刻



図9 ゴム風船の割れ目

[1] 寺尾宣三：破壊の秘密 -こわれる-（法政大学出版局，1968），p.132.

[2] 平田森三：『キリンのまだら 自然界の統計現象』（中央公論社，1975）.

[3] 平田森三：割れ目に關する實驗的研究 I，應用物理，第5號（1936），pp.386-393.

[4] 角田克彦：ゴムの破壊力学，日本ゴム協会誌，第87巻（2014），pp.168-174.

力学系における黄金比の不思議

山口喜博 (元帝京平成大学)¹

Wonder of Golden Ratio in Dynamical Systems

Yoshihiro Yamaguchi

Abstract. In the standard map, there exists the invariant curve characterized by the irrational rotation number $\omega_G = 1/\phi$ (ϕ is Golden ratio). Some mysterious properties about the golden ratio invariant curve are reviewed and our new result is also introduced.

Key words. Standard map, Golden ratio invariant curve

下記の形式の二次元面積保存写像 T (標準写像) を考える. パラメータ a は $a \geq 0$ を満たす.

$$y_{n+1} = y_n + a \sin x_n, \quad x_{n+1} = x_n + y_{n+1} \pmod{2\pi}.$$

標準写像ではパラメータ a が小さい場合, 多くの不変曲線が簡単に観察できる. パラメータ a を増大すると不変曲線は崩壊し, $a > a_c = 0.97163540324$ では不変曲線は存在しない [Greene, 1979]. $a = a_c$ では回転数 $\omega_G = 1/\phi$ と 回転数 $1 - \omega_G$ の不変曲線のみ存在する (図 1). ϕ は黄金比 $(\sqrt{5} + 1)/2$. これらは最後の不変曲線と呼ばれる. 通称, 黄金比不変曲線. 講演では, 筆者が得た新しい結果も含め, 黄金比不変曲線にまつわる不思議な性質を紹介する.

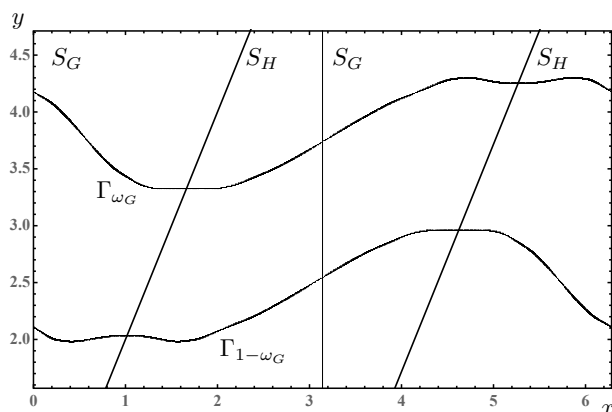


図 1: 黄金比不変曲線. 不変曲線 Γ_{ω_G} の回転数は 0.61803, 不変曲線 $\Gamma_{1-\omega_G}$ の回転数は 0.38196. $a = a_c$. S_H ($y = 2x, y = 2(x - \pi)$) と S_G ($x = 0, \pi$) は対称線.

(1) 不変曲線が崩壊する臨界値.

[i] 臨界値を決めるグリーンの方法は正しいのか. 40 年近く証明がなかったが, 正当性の証明は筆者が行なった [山口, 2018]. 正当性の証明はなくても, グリーンの方法は便利だから多くの研究者によって利用されてきた.

[ii] 臨界値に関する理論的アプローチ.

不変曲線上の軌道点について一次元円写像 ($\theta_{n+1} = F(\theta_n)$, 逆写像 $F^{-1}(\theta_n)$ も存在する) が定義できることを利用した結果がある.

マザー [Mather, 1984]: 4/3 .

オーブリー [Aubry, 1983]: 1.23. 筆者の結果と一致する (表を参照のこと).

¹連絡先: 〒 290-0073 千葉県市原市国分寺台中央 2-4-14 , メール: chaosfractal@iCloud.com

不変曲線の傾きの絶対値は有界であること [Birkhoff, 1927] を利用し臨界値を求めることも可能である. バーコフの主旨に従った筆者の計算結果を表に示す. 不変曲線が存在すると仮定する. 例として写像回数 1 は, 「 $a \geq 2$ ならば 1 回の写像で不変曲線の傾きが発散する点が存在する」という意味である. つまり, $a \geq 2$ では全ての不変曲線は存在しない. 写像回数 2 までは単純計算であるが, これ以降は MATHEMATICA で計算した.

写像回数	臨界値	写像回数	臨界値	写像回数	臨界値
1	2	5	1.122	9	1.0516
2	$\sqrt{2}$	6	1.094	10	1.0396
3	1.230*	7	1.068	11	1.0328
4	1.152	8	1.059	12	1.0276

[iii] 臨界値に関する精度保証付き計算結果.

マッケイ-パーシバル [Mackay-Percival,1985]: $63/64=0.9843$.

ジュングリース [Jungries,1991]: 0.9718.

精度保証付き計算が主流となるが, 精度保証付き計算には何か釈然としないものを感じる.

[iv] 黄金比不変曲線が最後の不変曲線であること. これは未解決. 謎深き黄金比!.

(2) 不変曲線上における軌道点の分布. $a = a_c$ における, 不変曲線上の軌道点の情報次元は 1 より小さい [Hunt et.al.,1996]. a を a_c に近づけると, 軌道点の度数分布がだんだんフラクタル形状となる [Yamaguchi-Tanikawa,1999].

不変曲線については柴山によるテキストが参考になる [柴山, 2016].

参考文献と蛇足気味の付記. 発表年順.

- [1] G. D. Birkhoff, Dynamical Systems, American Mathematical Society (1927). Chapter VIII. 今でも読む価値あり. どなたか翻訳してください.
- [2] J. M. Greene, A method for determining a stochastic transition. J. Math. Phys. 20 (1979), 1183-1201. グリーンさんの計算には頭が下がる. 今日でも難しい数値計算.
- [3] A. Aubry, The twist map, the extended Frenkel-Kontorova model and the devil's staircase, Physica D7 (1983), 240-258. 臨界値の導出は, 筆者の方法に比べると非常に煩雑.
- [4] J. N. Mather, Non-existence of invariant circles, Ergodic Theory Dynam. Systems 4 (1984), 301-309. 読むべき箇所は 1 ページ少々. R. Llave が書いた付録の内容が有意義. これは, マザーによる臨界値の導出方法が正しいことの証明でもある. 本文より付録が重要な不思議な論文.
- [5] R. S. Mackay and I. C. Percival, Converse KAM: theory and practice, Comm. Math. Phys. 98 (1985), 469-512. 長大なプログラム付き. これで結果を信用せよとのこと.
- [6] I. Jungries, A method for proving that monotone twist maps have no invariant circles, Ergodic Theory Dynam. Systems 11 (1991), 79-84. 結果の報告のみ. 信じてよいのだろうか.
- [7] B. R. Hunt, K. Khanin, Y. G. Sinai and J. A. Yorke, Fractal properties of critical invariant curves, J. Stat. Phys. 85 (1996), 1-15. 軌道点の分布の情報次元を求めた.
- [8] Y. Yamaguchi and K. Tanikawa, A remark on the smoothness of critical KAM curves in the standard mapping, Prog. Theor. Physical. 101 (1999), 1-24. 世の流れに逆らって書いた論文.
- [9] 柴山 允瑠, ハミルトン力学系. SGC ライブラリー 130. サイエンス社 2016 年. 数学者向け.
- [10] 山口喜博, 不変曲線が崩壊する臨界値を決定するグリーンの判定法の正当化, 形の科学会誌 第 33 巻第 2 号 (2018 年 11 月), 48-59. 今は亡きグリーンさんに捧げます.

黄金比 / フィボナッチ / ペンローズをめぐる造形と音楽

日誌 明男

幾何学アーティスト, 静岡県榛原郡川根本町

akio@starcage.org

Original Art and Music of Golden Ratio, Fibonacci and Penrose Lattice

Akio Hizume

Geometric Artist, Kawanehon, Haibara, Shizuoka, Japan

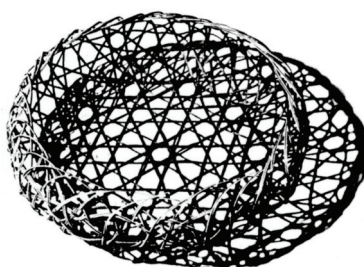
Abstract: I have been studying about the Golden ratio, Fibonacci and Penrose Lattice over 30 years. I created many original works as architecture, geometric object and music. I show some of them.

Keywords: Golden Ratio, Fibonacci Number, Penrose Tile, Quasi-Periodic, Continued Fraction

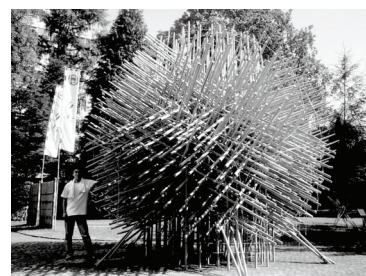
黄金比は最もシンプルなフラクタル生成機関と位置づけられ、いわば「1フラクタル原器」である。工学的特性としては「最高の攪拌効率」であり、音響的には「最高の不協和音」である。それを引き出すべく、過去30年間に制作したオリジナル作品や発明の一部をここに紹介する。



GOETHEANUM 3
Quasi-Crystal Architecture



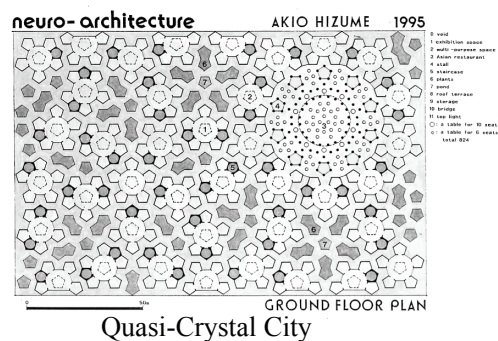
GO-MAGARI
Quasi-Crystal Basket



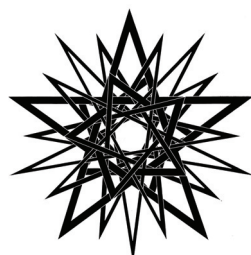
MU-MAGARI
Quasi-Periodic 6 axes 3D Chiral Lattice



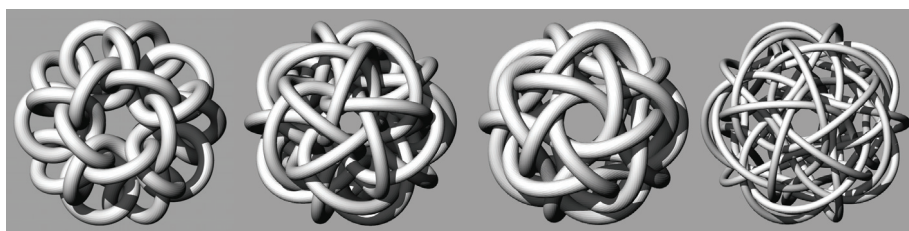
Democracy Steps



Quasi-Crystal City



Pleiades



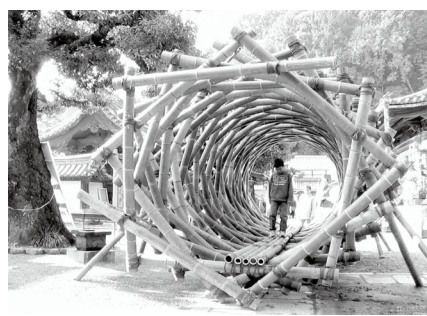
Poly-Twistors



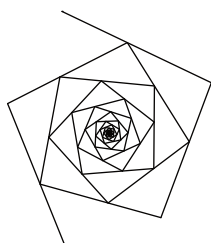
Fibonacci Tower



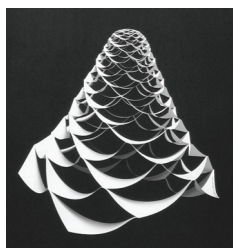
Fibonacci Tower (interior)



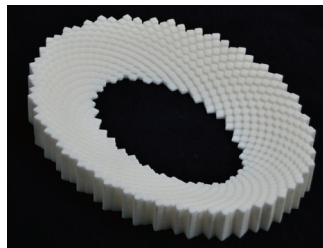
Fibonacci Tunnel



Fibonacci Tornado
& Real Tornado



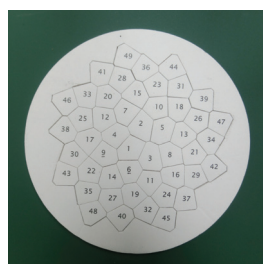
Fibonacci Windmill



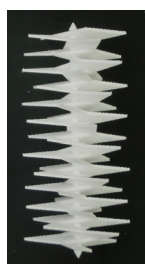
Fibonacci Colosseo



Fibonacci Pavilion



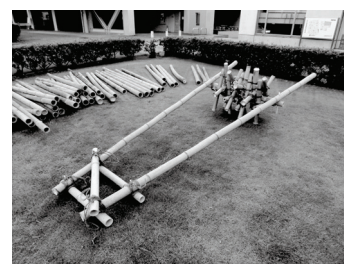
Fibonacci Puzzle
& Infinite Gravity



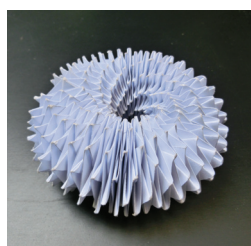
Fibonacci Turbine



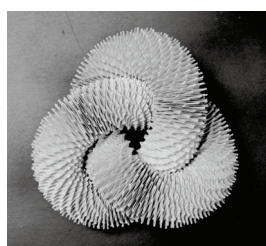
Fibonacci Helicopter



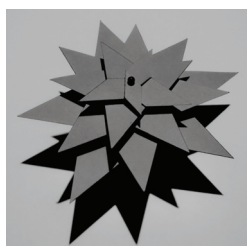
Fibonacci Wheel



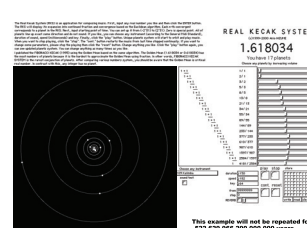
Fibonacci Torus



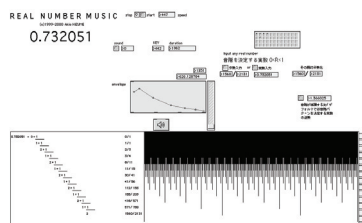
Fibonacci Knot



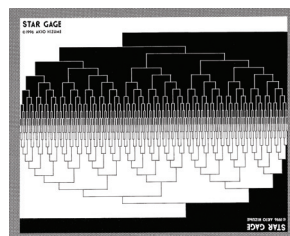
Akio's Dahlia Star



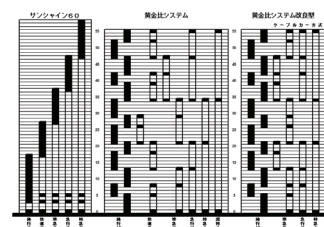
Fibonacci Kecak &
Real Kecak System



Tone and Scale of Real Number



Universal Keyboard &
Fibonacci Tournament



Fibonacci Elevator System

文献

日詰明男, 音楽の建築, Star Cage Publishing (2006).

日詰明男, MANIFOLD #0-#28 (2000-2019).

五角野球の提案（野球に関する幾何学的考察）

阿竹 克人

株式会社 阿竹研究所 〒468-0068 名古屋市天白区表台 15

info@atake-i.com

Proposal of pentagonal baseball (geometrical study on baseball)

Katsuhito ATAKE

Katsuhito Atake Institute co., ltd. Omotedai 15 Tenpaku-ku Nagoya 468-0068

Abstract: Although baseball diamonds are usually square, triangular baseball with less base is well known. A pentagonal baseball with one more base is considered geometrically.

Keywords: baseball pentagon pentagram regular-polygon

1. はじめに

子供のころ三角ベースの野球をやった記憶がある。狭い児童公園で、少ない人数でもかく野球のゲームを成立させるためにいろいろなルールが考えられたようだ。

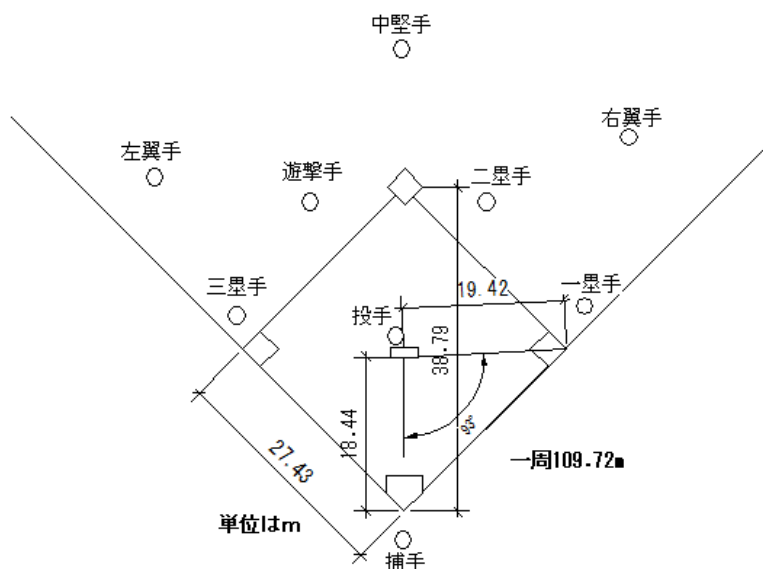
今日ほとんどの児童公園は野球禁止になりいつしかすたれてしまったが、ネット上で三角ベースを検索するといくつもヒットする。では逆に壘を増やして五角形にしてみたらどうなるかを考察する。

2. 野球の幾何学

現在の野球の配置図を Fig-1 に示す。塁を一周するダイヤモンドという呼び名はおそらくトラップのダイヤモンドから来ていると思われるが、ひし形ではなく正方形である。

ベースの形も基本的には正方形であるが、ホームページだけは家の形をさかさまにした五角形である。これは審判がストライクゾーンの判定を見易くするためになったようだ。

また内野手も一塁手二塁手三塁手の他に遊撃手がいてこれに塁を持たせると、本塁手でもある捕手と合わせて守備要員を増やさずに五角形の塁の配置ができることがわかる。

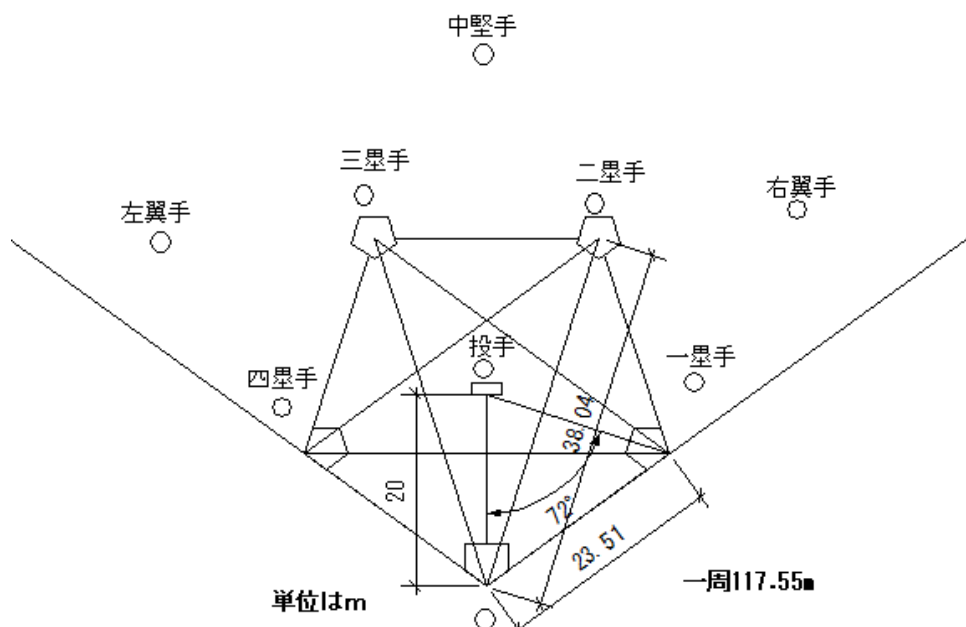


現在の公式の塁間距離は 90ft27.43m、投手からホームまでの距離は 60.6ft18.44m になっており、これは二塁本塁間の対角線距離 38.79m の半分以下で、したがって投手が牽制球を投げる際には 90 度以上振り返る必要がある。また捕手と二塁を結んだ線上に投手が位置しているため捕手が二塁に投げる際に投手はとっさに屈まなければならない。

Fig-1

3. 五角野球の設計

提案する五角野球の配置を Fig-2 に示す。塁の配置が正五角形になるとフェアゾーンが 90 度から 108 度と広がりヒットが出やすくなる。外野が広がるため長打率も上がる。もちろん塁が一つ増えるため、平均打率が高くなりなかなかなか点が入らず、ゲームにならない。四球も五つ続けないと押し出しにならない。スコアボードにゼロが並ぶ試合は観客としてはつまらない。満塁ホームランが出れば一気に五点入るが。



そこで投手本塁間の距離をこの際メートル法で 20m とやや長めにとり、かつ五角形の中心とする。これで投手から各塁への距離は等距離になる。また塁間距離は 23.51m と短くなり、さらにヒットが出やすくなる。

Fig-2

対角線距離は白銀比から黄金比と伸びるが、塁間距離が短くなった為、38.04m と現在の野球の 38.79m よりわずかに短くなる。かつ投手から一塁と四塁は常に視野の端に入り、また真後ろに向かって投げる必要はなくなる。ただ塁間距離が縮んだため盗塁はしやすくなると思われる。塁間の送球は五芒星を描くので投手は屈む必要がなくなる。

塁間距離が短いため、ダブルプレートリプルプレーは出やすくなり、満塁策も有効でよりスリリングな展開が期待できるのではないかと。肝心のベースランニング一周の距離は 109.73m から 117.55m と多少伸びる。

これらの距離はまずコンピュータシミュレーションを積み重ねて決定したほうが良いかもしれない。また点が入り過ぎて試合が終わらない可能性も考えられ、その場合は二三塁間に遊撃手、中堅手も一人増やすと 11 人制野球になり、サッカーと互換性ができる。

4. まとめと今後の展開

四角のダイヤモンドを五角形のペンタゴンにすることで、よりスリリングで守備機会の多い、面白いゲームになる可能性が生まれると思われる。

今後の展開としては、まず実際にどこかで試しの試合をしてみる必要がある。近年五角形は合格との語呂合わせが盛んにおこなわれるので、予備校のイベントで合格野球を提案したい。五角形と関連する五稜郭を持つ函館市に提案するのも良いかもしれない。そしてなにより、ペンタゴンと言えばアメリカ国防総省である。軍隊だけにフォース（四塁）があるというのがアピールポイントであるが、四塁フォースアウトもスリリングかもしれない。

参考 URL <http://baseballmonster.nobody.jp/rule/ground.html>

結晶における回折対称の上昇 (II)

松本 崧生 (金沢大学名誉教授)

金沢市土清水 2-77

Enhancement of Diffraction Symmetry in Crystallography (II)

Takeo MATSUMOTO (Emeritus professor, University of Kanazawa)

Tsuchishimizu 2-77, Kanazawa, Ishikawa, Japan

matsumoto.ty@gmail.com

Abstract: A.L.Patterson found three homometric quadruplets from the cyclotomic sets: $n=16, r=8$ (full red circles) [Type-I, Type-II and Type-III]. These are homometric structures. We discuss one type among three in detail. Each quadruplet has a quartet. And a quartet is composed of four sets, related to complement and enantiomorph, namely Q, Q' , and $E(Q), E(Q')$. There are $4 \times 4 = 16$ sets for each quadruplet. In these sets, there exist the same sets, and 8 independent sets. This is certainly 落穂拾い, namely 'gather ears of grain after the reapers' or 'glean the corn that is left'.

1. はじめに

長崎、仙台、千葉、のシンポジウムで、homometric structure について検討してきた。Friedel 's law 以上の回折対称を示す現象は、回折対称の上昇と言われる。これらは、古く古典的問題であるが、homometric 問題とも関連して再検討してきた。1次元の周期配列を、円周上の点配列で表 (Circular representation) するのは、Patterson(1944), Buerger (1977,1978), Chieh(1979)等の研究もある。落穂ひろいの仕事である。

2. 4重 homometric 構造

γ 分割個数 $n=16$, 存在点 (赤点または黒点) $r = n/2 = (n-r) = 8$ の homometric 構造 3 タイプのうち、Type-II についての再検討を報告した。4重 homometric 構造 Type-II- α , Type-II- β , Type-II- γ , Type-II- δ で、応用価値もあり結晶は原子の赤点、白点配列構造、さらに Type II Quartet も記した。

3. Vector set

結晶の対称、結晶構造の決定は、通常回折法が用いられる。しかし、結晶の回折パターンは結晶の vector set に直接関係する。回折対称の上昇は、vector set の上昇に直接関与する。{ Hosemann and Bagchi (1954), Ohsumi(1972,1980,1981), Sadanaga (1978, 1986), 定永両一: 結晶学序説(1986、岩波)、Sadanaga and Ohsumi(1975,1979,) Sadanaga and Takeda(1968) Sadanaga, Ohsumi and Matsumoto(1974)}. Vector set の Convolution は、応用価値があり、有益である。また、次元を上げることに、役に立つ。

同一の Patterson map を示す複数の特異な結晶は、Homometric structures と呼ばれるように、同一の vector set をもつ複数の基本的な vector sets は、Homometric sets と呼ばれる。{Buerger: Vector Space, p197.(New York. John Wiley & Sons, Inc.)}

線形システムの場合、関数間の順番をかえてもよい。結晶学で使用する畳み込み(convolution)は、これに当たる。

4. Convolution, 畳み込み

Convolution theorem はフーリエ理論、x線結晶学への応用のなかで重要な関係の1つである。関数 a, b をそして Fourier 変換、 A, B を考えよう。

ab の積の Fourier 変換は、AB の畳み込みである。特に a,b が、 δ 関数の時は興味深い。ホモメトリク構造 ($n=16, r=(n-r)=8, \text{Type-II}$) の再検討で、Type-II-の $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ の 4 種各々が、Q, E(Q), Q', E(Q') Quartet4 重組を持つ。合計 16 種できるが、同一配列が 2 組ずつあり、独立なものは 8 種となる新結果が得られた。回折対称上昇にも関係し、対称上昇モデルも従来のものは異なる。最低の対称結晶「点群1、線群(空間群) p1 が、最高の回折群 $m\bar{3}m$ を作るモデルが多数できる。Unit cell, 単位胞 metric cell は、立方体 cubic である。その 1 例を示す。c 軸投影図。

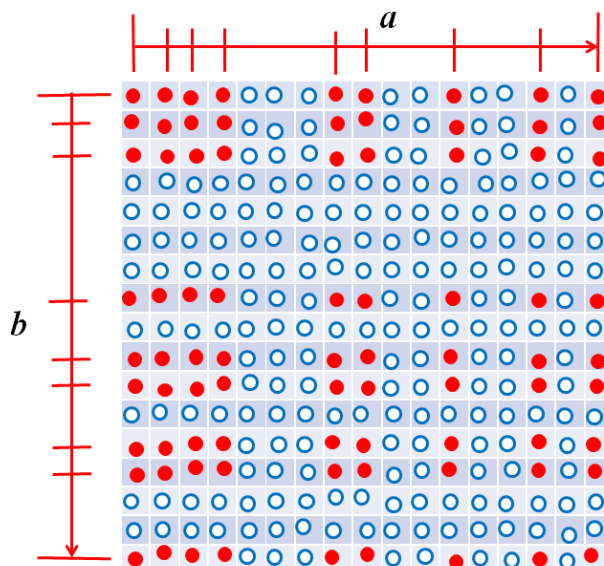


Fig.1: 点群 1、最高の回折群 $m\bar{3}m$ を作るモデルの一例

参考文献

- Martin J Buerger (1959) – [Vector space and its application in crystal-structure investigation] pp1-347.
NEW YORK, JOHN WILEY & SONS, INC.
- Martin J Buerger(1976) – Proofs and generalization of Patterson's theorems on homometric sets.
Zeit.Krist.143,79-98.
- (1978)-Interpoint distances in cyclotomic point sets. Can.Mineral.16,301-314.
- Chung Chieh(1979)- Analysis of cyclotomic sets. Zeit.Krist.150,261-277.
- R. Hosemann & S.N. Bagachi(1954) – On homometric stryctures. Acta Cryst.
7,237-241.
- J.E.Iglesias(1980): Zeit .Krist.150,279-285.
- H.Iwasaki(1972)Acta Cryst,A28,253: (1974)A30,173: (1975)A31,S6
- 岩崎準(1974)「結晶解析における偽対称と偽構造」日本結晶学会誌 16,155
- 松本崧生(1969)日本結晶学会誌 11, 48. :87 回形の科学会シンポジウム、回折上昇の一部問題について
の再検討。84, 85, 86 回の科学会シンポジウム、ホモメトリク構造。
- T.Matsumoto , T.Kihara, H.Iwasaki (1974): Acta Cryst.A30,107-108.
- T.Matsumoto (1975) : Acta Cryst. A31,S6
- A.L.Patterson (1944) – Ambiguities in the x-ray analysis of crystal structures. Phys.
Rev., 65, 195-201. (1939) - Homometric structures. Nature 143, 939-940.
- J.M.Perez-Mato, J.E., Eglesias(1977) : Acta Cryst., A33,466-474.
- R.Sadanaga & K.Ohsumi(1975) Acta Cryst.A35,115
- 定永両一 【結晶学序論】岩波書店】(1986)
- M.M.Woolfson (1970)[X-ray Crystallography]1-380.Cambridge University Press.

InterRad 15 以降の放散虫研究・教育・普及活動と将来展望

松岡 篤

新潟大学理学部/形の科学研究センター、新潟市西区五十嵐 2 の町 8050

amatsuoka@geo.sc.niigata-u.ac.jp

Activities and perspectives in radiolarian research, education and outreach since the InterRad 15 in Niigata, 2017

Atsushi MATSUOKA

Faculty of Science, Niigata University, Niigata 950-2181 Japan

Abstract: Various activities in radiolarian research, education and outreach have been performed since the InterRad 15 was held in Niigata in 2017. This presentation reviews these activities and suggests future directions. The InterRad 16 will be held in Ljubljana, Slovenia, in September, 2020. A session directing toward fusion between Art and Science will be organized in the meeting. Members of the Society of Science on Form are encouraged to attend the InterRad 16.

Keywords: radiolaria, research, education, outreach, InterRad, art, science

はじめに

InterRad 15 を 2017 年に開催するのに際しては、研究、教育、普及を相互に関連付けながら進めることを目指した。終了後 2 年を経た時点で、それぞれの活動がどのように推移してきたのかを振り返る。次回の InterRad 16 は、2020 年 9 月にスロベニアのリュブリャナで開催される。InterRad 16 では、アートとサイエンスの融合を目論んだセッションを展開する予定である。形の科学会の会員諸氏も発表を検討されたい。

研究

InterRad 15 の研究成果を発表する場として、5 つの雑誌に特集号を組むことになった。5 誌とは、Island Arc (日本地質学会など、地質関連学会)、Paleontological Research (日本古生物学会)、Revue de micropaléontologie (微古生物学会)、Forma (形の科学会) および Bulletin of Geological Survey of Japan (産総研) である。Island Arc には 6 編が掲載され既に刊行済みである。Paleontological Research には 2019 年 10 月に Vol. 23, No. 4 として 6 編が掲載され、あと 6 編が Vol. 24 の 1 つの号を使って 2020 年内に刊行される見込みである。ほかの 3 誌については、引き続き編集作業が進められている。

InterRad 15 における中生代グループのミーティングの際に、Geological Time Scale の中で放散虫の存在が希薄であることが問題点として共有された。この問題意識を受けて、その後に開催された国際ジュラ系会議 (2018 年 2 月、メキシコ)、JK 2018 (2018 年 12 月、スイス)、14th Jurassica (2019 年 6 月、スロバキア)、STRATI 2019 (2019 年 7 月、イタリア) などにおいて、中生代グループを中心に生層序・年代層序にかかわる研究成果の発表を続けている。Geological Time Scale に放散虫が占める場所を確保するためには、さらなる組織的な取り組みが不可欠である。

教育・普及

IntrerRad 15 の準備段階には、いくつかの普及活動を実施した。この取り組みは InterRad 終了後も継続的に展開されている。InterRad 15 の宣伝を意識して作成した放散虫カレンダーは 2018 年版であったが、その後、2019 年版と 2020 年版が作成されている。2017 年には構想段階にあった放散虫トランプは 2019 年 8 月に完成した。これらのカレンダーおよびトランプは、イメージ・ミッション木鏡社から販売されている。

InterRad 15 以降に始まった活動で形になったものとしては、絵本「ほうさんちゅう」が世に出たことがあげられる。本書は研究用に撮影された電子顕微鏡写真を豊富に用いた写真絵本で、“アリス館”から出版された。これに合わせて、富士フィルムの広報施設で写真展「放散虫」が開催された。2019 年 8 月に行った六本木のフジフィルムスクエアでは 2 週間の開催期間に 2 万 8 千人もの来場者があった。9 月のフジフィルムフォトサロン大阪では 1 週間に 4 千人を超える来場者があった。この一連の活動は、放散虫研究者、絵本作家、編集者、アーティストがお互いの長所を生かしながら展開されてきたところに特徴がある。

展望

数々の地質・古生物関連の国際会議に出席する中で、サイエンスとアートの関連を意識して活動が展開されていると感じた国はフランスである。2018 年 7 月にパリで開催された第 5 回国際古生物会議では、会場であった自然史博物館に隣接する鉄道駅に、多数の古生物にかかわるパネルや像が設置され（図 1）、一般社会にサイエンスを浸透させようという科学者の強い意志を感じた。

研究にしろ、教育・普及にしろ、活動が単発的であっては研究コミュニティや社会に定着しない。ブームの機運を生かし、関心の高止まりを維持するためには、目標と方針をもった継続的な取り組みが重要である。InterRad 15 が起点となって、様々な活動が展開されているが、いかに根付かせるのかが課題である。先行するフランスの取り組みは大いに参考になる。

図 1 パリの鉄道駅内に設置された微化石のパネル。



2020 年用の放散虫カレンダー

松岡 篤¹・富田 雄太²

¹新潟大学理学部/形の科学研究センター、新潟市西区五十嵐 2 の町 8050

amatsuoka@geo.sc.niigata-u.ac.jp

²株式会社イメージミッション木鏡社、静岡市葵区水落町 9-10

2020 Calendar of Radiolaria

Atsushi MATSUOKA¹ and Yuta TOMITA²

¹Faculty of Science, Niigata University, Niigata 950-2181 Japan

²Image Mission Inc., Shizuoka, 420-0831 Japan

Abstract: Calendars using radiolarian images are expected to enhance a degree of social recognition of radiolarians. A radiolarian calendar for the year 2020 is prepared and is available for sale at major museums in Japan. Radiolarian calendars have been produced constantly since the 15th meeting of the International Association of Radiolarists held in October 2017 in Niigata.

Keywords: radiolaria, calendar, 2020, InterRad 15, social recognition, outreach

はじめに

カレンダーは長期間にわたり掲示されるために、対象物の社会認知度を高めるのに役立つと期待される。2020 年版の放散虫カレンダーが完成したので報告する。

放散虫カレンダー

放散虫カレンダーは、2017 年に開催された第 15 回国際放散虫研究集会 (InterRad 15) を宣伝する目的で 2017 年版が試作された[1]。また、InterRad 15 の記念グッズの 1 つとして 2018 年版がイメージミッション木鏡社により作成され[2]、ミュージアムなどでも販売が行われた。

2020 年用の放散虫カレンダーは、沖縄周辺海域で採取された現生放散虫のカラー画像を絵柄として使用している (図 1)。2020 年版も同社により作成され、国内の主要なミュージアムなどで販売されている。放散虫カレンダーの作成は、InterRad 15 を契機に開始され、放散



図 1. 現生放散虫を用いた 2020 年版カレンダー

虫の普及活動の一環として定着している。

文献

[1] 松岡 篤・大河内春香 (2016). 形の科学会第 81 回シンポジウム講演予稿集, 17.

[2] Matsuoka, A. and organizing committee of the InterRad XV (2018). Science Reports of Niigata University (Geology), no. 33, 41-56.

形の科学の基礎概念：サイズ・対称性・比率

高木 隆司

東京農工大学(名誉教授)、248-0014 鎌倉市由比ヶ浜 2-23-12(自宅)

jr.takaki@iris.ocn.ne.jp

Basic Concepts in Science of Forms : Size, Symmetry and Ratio

Ryuji Takaki

Tokyo University of Agriculture and Technology (Emeritus Professor)

Yuigahama 2-23-12, Kamakura, 248-0014

Abstract: Discussion is given on the three basic concepts, i.e. size, symmetry and ratio, with an interest in the difference between eastern and western cultures. Its contents have been shown in a course for students of Musashino Art University. They are considered to be meaningful also in the Society for Science on Form.

Keywords: Size, Symmetry, Ratio, Eastern and Western Cultures

1. サイズの問題

物の形がサイズに依存することは、人工物や自然の物体で共通に成り立つ。例えば、釘の太さと長さの比は、長さの1/3乗にほぼ反比例するように設計されている。

図1は、陸上動物の部分について、長さ L と太さ a をグラフ表示したものである。不思議なことに、両対数グラフでこれらが一直線状に並ぶ。小さな動物ほど重力の制約が小さい。象などの大きな動物では、体重を支える足が垂直な柱のような形をもち、折れ曲がった昆虫の足とは大きく異なる。右側の直線は、ひじから先を水平にしてバーベルを支える場合で、保持の限界を示したものである。大型恐竜はこの限界に近い。

例えば、首長龍が長い首を水平にしてゆったり歩く場面のアニメーションがしばしば示される。これは、不可能ではないかと思われる。ちなみに、動物のサイズについて初めて論じたのは、ガリレイである(文献2)。

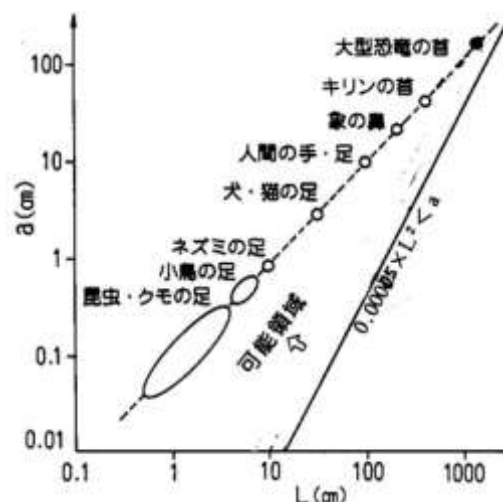


図1．動物の部分の長さ L と太さ a の関係。(文献1からの転載)

2. 対称性と東西文化の違い

しばしば、西洋文化は対称性を志向し、日本文化は非対称を志向するという主張がなされる。しかし、これは庭園デザインに限ったものであり(図2参照)、他の造形物ではそれと逆になることがしばしばある。例えばはさみでは、西洋で非対称、日本では対称である(図3)。櫓で進む和舟の船体は左右対称だが、ベニスのゴンドラは非対称である。宗教建築では西洋も日本も左右対称、住宅などはどちらも非対称が多い。



図2. ベルサイユ宮殿の庭と竜安寺石庭



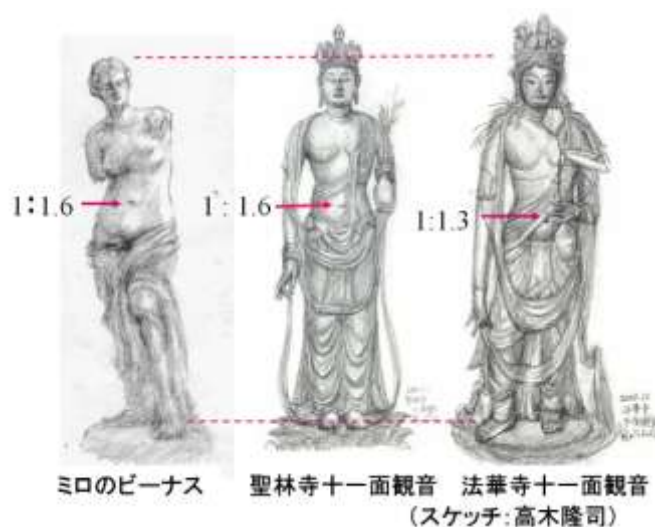
図3. 西洋と日本のはさみ

西洋と日本の違いは、前者が人間主義（ヒューマニズム）、後者が自然主義および単純志向と考えるのがよい。庭園の設計は、西洋では人間の全身像であり、日本では自然をまねた。はさみの対称性は、それぞれ人間の手に合うもの、単純さを志向したものである。

3. 西洋と日本における黄金比の普及

西洋で黄金比が重要視された理由として、ピタゴラスが愛した正5角形で、辺と対角線の長さの比から来るとい説がある。また、へその上下の長さが黄金比のとき、美しい人体とした可能性がある。実際、古代ギリシャやローマの彫刻では、この比が実現されている。これに加えて、指骨の長さの比が黄金比に近いことも関係する可能性がある。

図4に示したミロのビーナスや、多くのギリシャ彫刻が黄金比の体形をもつ。日本の仏像では、聖林寺十一面観音、および法隆寺の百済観音が黄金比をもつ（百済観音にはへそが見えないが、人間のひじとへそが同じ高さであることから判断した）。



法華寺の十一面観音は、異常に長い右腕をもつ。これは、多くの人々に手をさし伸べることを表し、それを目立たせるために足を短くしたと考えられる。日本では、人体の表現において、このような宗教的配慮が優先する。

石器時代では、足が非常に短い石像が多く見られる。食料捕獲の際に地面に這いつくばるために、短い脚が美しいとされた可能性がある。このように、美しさの基準は、人々の願望を反映していると考えられるのである。

将来、人間の欲望が満たされていくと、最後まで残る制約は重力であろう。すると、重力に打ち勝つような、黄金比を越える足の長い人体が美しいとされるかもしれない。結局、美の基準とは、人間の欲望に合致するように決まると考えられるのである。

文献

1. 高木隆司：「巻き貝はなぜらせん形か」、講談社ブルーバックス（1997）
2. ガイレオ・ガリレイ：「新科学対話」（1638）、岩波文庫（1949）

植物のフィボナッチ螺旋の謎を解く

近藤 滋

大阪大学生命機能研究科、大阪府吹田市

shigerukondo@gmail.com

Fibonacci spirals in the plant shape

Shigeru Kondo

Osaka Univ. Frontier Biosciences, Osaka Suita, Japan

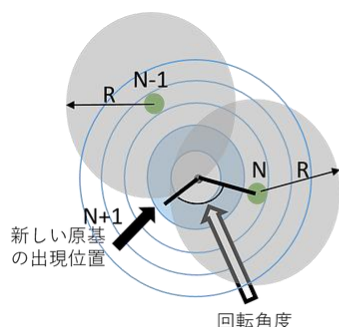
Abstract: Fibonacci numbers and golden ratios appear frequently in plant forms. In particular, the Fibonacci spiral created by the line of sunflower seeds is of interest to many mathematicians and there are many theories to explain it. However, from the point of view of biologists like myself, many of these theories include assumptions that are not convincing. In this talk, I will explain the problems of past theories and introduce a new analytical method that may solve the problem.

Keywords: Fibonacci number, golden ratio, sunflower, spiral, simulation

フィボナッチ螺旋の謎：写真は、ロシアヒマワリの花である。その巨大さにも驚くが、問題は、このヒマワリの花の種がつくる螺旋の列である。キク科の植物の花の種を見ると、どれも、きれい螺旋を描いて並んでいるのだが、この、螺旋の列を数えてみると、不思議なことに、フィボナッチ数になっている。この不思議な事実は、驚くほど普遍的であり、キク科の小さい花であればまず間違いなく螺旋の列はフィボナッチになっている。キク科の花以外でも、松ぼっくりの種もそうだし、パイナップルの皮の模様もそうだ。小さい数であれば、「偶然」、と思うことも可能だが、21、34となると、偶然とは考えづらい。さらに、このロシアヒマワリともなると、89、144という大きな数値になり、しかも、ほとんどその数を外すことが無い。偶然ではありえない。



数理モデル：このフィボナッチらせん列の問題は、古くから数学者や生物学者、さらには多くの一般人を虜にしてきた。20世紀を代表する天才数学者アラン・チューリングの残したノートにも、フィボナッチらせん列の記述が残されており、彼が、非常に重要な問題（例えば、リーマン予測の証明とか）と同じように興味を持っていたことが解る。ここ10数年、植物の分子生物学は驚くほどの速さで進歩し、植物の形態ができる原理がおおよそ明らかになっている。そのため、この不思議な現象が起きる仕組みについて、想像ではなく、実験データをベースにして考えることが可能になってきている。



古い原基 (N、N-1) の位置と障害効果が及ぶ距離(R)から、新しい原基 (N+1) の位置が決まる。

このとき、Rの大きさなどを調節して、回転角度が、黄金角に収束する条件があれば、それが、フィボナッチらせん列を作る原理となる

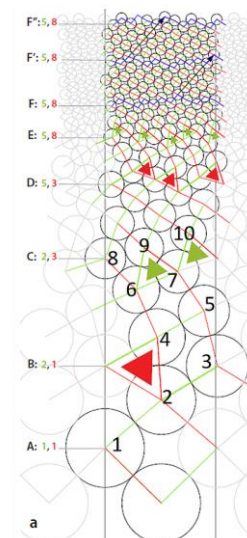
植物の種や葉などの原基が、茎の先端部で、らせん状に出現することが解っており、また、古い原基が、新しい原基の出現を障害する効果があることも解っている。成長速度と障害効果の及ぶ距離

を適当に選ぶと、新しく出現する原基が、古い原基に対して黄金角の位置に現れることがシミュレーションで確認されている。黄金角になればフィボナッチらせん列はできるのだから、これで数学的には「証明終わり」となる。

黄金角を正確に作れるか：しかし、筆者のような生物学者からすると、そんなにぴったりと「黄金角」を決めることができる、ということ自体が、なんだか胡散臭い。細胞が行う生命現象だから、そうそう正確な値を決めることは難しいだろう。しかし、上記の原理だと、らせん列の数を決める正確さは、角度決めの正確さに依存することになる。計算すると、ロシアヒマワリくらいの大きさになると、角度が 0.02 度ずれただけで、まともな螺旋は作れなくなる。これは、細胞の作用としてはあり得ない正確さである。

詰め込み問題として解けるか：黄金角に「過度に」頼らない方法を試みる例もある。Christophe Golé 等は、この問題を、一種の詰め込み問題として解くことにより、フィボナッチ数が自然に出てくることを、シミュレーションを使った解析により、見事に示している。Golé C, Dumais J, Douady S. Fibonacci or quasi-symmetric phyllotaxis. Part I: why? Acta Soc Bot Pol. 2016;85(4):3533.

円の半径を
 $R=A/\sqrt{N}$
の式に従って徐々に小さくしながら、最も低い位置に詰め込んでいく



改良の余地が？：しかし Gole らの解析にも、まだ突っ込みの余地は残されている。彼等のシミュレーションでは、新しい種が加わる時に、外側に詰め込んでいくのであるが、実際には新しい種は、一番内側に加わり、他の種全ては、少しずつ位置を変えながら、中心から遠ざかっていく。だからこの点を改良すればより納得のいくシミュレーションになるはずである。今回の講演では、その点を改良した近藤によるシミュレーションを紹介し、会場の方と、「これで問題は解けたのか？」を議論させていただきたいと考えている。

シミュレーションの概要は

https://www.fbs-osaka-kondolabo.net/post/mystery_of_fibonacci_spiral

をお読みください。

組織切片の伸展によるひび割れパターン形成：新規な病態診断手法

大社 奈摘¹, 山田 宗茂², 鶴山 竜昭³, 剣持 貴弘¹, 吉川 研一¹

同志社大学 生命医科学研究科¹

京都大学 医学部附属病院 クリニカルバイオリソースセンター²

京都大学 医学研究科 創薬医学講座³

京都府京田辺市多々羅都谷 1-3

Mail address: ctuc0037@mail4.doshisha.ac.jp

Smart Diagnosis on Disease State Based on the Information Provided by Stretching Response of Tissue Slice

Natsumi Okoso¹, Norishige Yamada², Tsuruyama Tatsuaki³,

Takahiro Kenmotsu¹, Kenichi Yoshikawa¹

Faculty of Life and Medical Sciences, Doshisha University¹.

Clinical Research Center for Medical Equipment Development, Kyoto University Hospital².

Department of Drug Discovery Medicine, Kyoto University Graduate School of Medicine³.

Miyakodani 1-3, Tatara, Kyoto Japan

Abstract: Biopsy is one of the most important methods for disease diagnosis, and the diagnosis of tissue slices has been performed based the visual inspection by microscope. However, in many diagnosis based on current methodology causes serious uncertainty on the diseases state. Here, we propose that, with a simple treatment by use of a urethane sheet, characteristic cracking pattern is generated for tissue slices depending on the difference of disease state. It is shown that the crack pattern of tissue sections caused by stretching the urethane sheet can provide useful information for distinguishing disease states. By utilize the information embedded in the characteristic cracking pattern, it becomes possible to perform reliable pathological diagnosis.

Keywords: pathological diagnosis, tissue slice, cracking pattern, external extension, Lymphoma

1. 背景と目的

病理診断とは患者の体内より採取した病変組織から組織標本を作成し、病理医がその標本をもとに診断することである。従来の病理診断法では、作成した組織標本を光学顕微鏡で観察し、細胞や核の形態および細胞数を評価する手法が一般である¹⁾。現在、病理診断において、標準化のための定量的な形態特徴量に基づく研究がすすみつつあり、人工知能の応用などが試みられているがまだ十分な成果を上げるに至っていない。したがって、本研究では、人工知能を用いた新たな病理診断法の開発を目的として、定量的な指標を作成するために、病態によって異なる組織切片の物理的特性に着目した。本研究グループでは、組織切片を伸縮性のあるウレタンシートに接着させ、張力印加することで、病態に依存した特徴的なひび割れパターンが形成されることを見出しており²⁾、このひび割れパターンを病理診断の定量的な指標として用いることで、信頼性の高い新規病理診断手法の確立が期待できる。

2. 実験方法と結果

実験には (a) Normal Lymph (正常なリンパ組織), (b) Lymphoma (リンパ腫組織) のマウスを使用した³⁾。従来の病理診断法と同様の操作で組織切片を作成後, 本研究では伸縮性のあるウレタンシートに組織切片を接着させ, HE 染色を施した後, 張力を印加した。図 1 に張力印加後の顕微鏡観察像を示す。図 1 より, 正常なリンパ組織では直線的に亀裂が発生しているのに対し, リンパ腫組織では細胞間でひび割れが生じ, ひび割れパターンの凹凸度が増加した。ここで, 癌化することで細胞間の接着力が低下することが知られており⁴⁾, このようなひび割れパターン形状の違いは癌化することで細胞間の接着力が低下することが起因していると考えられる。

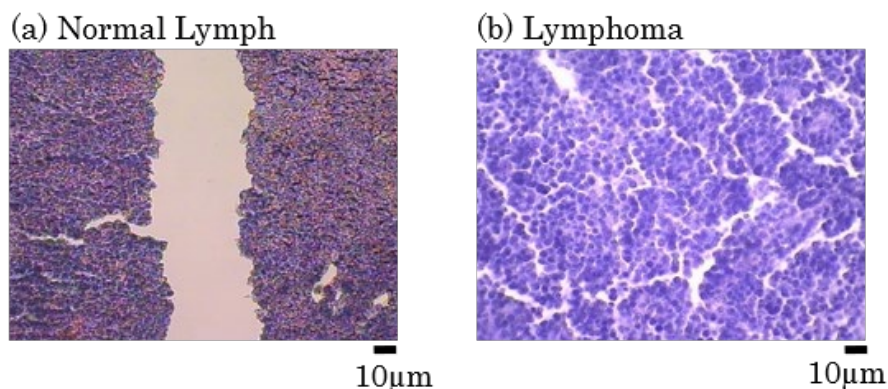


図 1 張力印加後の組織切片顕微鏡観察像 (a) Normal Lymph, (b) Lymphoma

3. まとめ

本研究では, ウレタンシートに組織切片を接着させ, 張力を印加させることで, 組織の病態に依存したひび割れパターンが形成されることを明らかにした。また, このひび割れパターンの差は細胞接着力に依存すると考えられる。従来の顕微鏡観察による診断手法に加え, このウレタンゲルシートを用いたひび割れパターンを指標として用いることで, 信頼性の高い病理診断を行うことが可能となる。

謝辞

本研究を遂行するにあたって, 山口大学大学院創成科学研究科山口好昭准教授には病理切片伸展装置の設計・製作にご協力頂いた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- (1) Takayama, T. et al. "Early hepatocellular carcinoma: pathology, imaging, and therapy." *Ann. Surg. Oncol.* 15, 972–978 (2008).
- (2) K. Danno, T. Nakamura, N. Okoso, N. Nakamura, K. Iguchi, Y. Iwadate, T. Kenmotsu, M. Ikegawa, S. Uemoto, K. Yoshikawa, "Cracking pattern of tissue slices induced by external extension provides useful diagnostic information", *Sci Rep.*, 8, 12167 (2018).
- (3) T. Hiratsuka, Y. Takei, R. Ohmori, Y. Imai, M. Ozeki, K. Tamaki, H. Haga, T. Nakamura, T. Tsuruyama. "ZFP521 contributes to pre-B-cell lymphomagenesis through modulation of the pre-B-cell receptor signaling pathway.", *Oncogene.*, 23, 3227–38 (2016).
- (4) T. C. Wright, T. E. Ukena, R. Campbell, M. J. Karnovsky, "Rates of aggregation, loss of anchorage dependence, and tumorigenicity of cultured cells", *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 74, 258 (1977).

ランダム・フリップ・ウォークが生成するパターン

吉野 隆

東洋大学理工学部、〒350-8585 川越市鯨井 2100

tyoshino@toyo.jp

Patterns Generated by Random Flip Walks

Takashi Yoshino

Department of Mechanical Engineering, Toyo University

Kujirai 2100, Kawagoe, 350-8585

Abstract: We consider the patterns generated by random flip walks. A random flip walk (RFW) is a random walk generated by the flipping process of an object with respect to the edge selected randomly. As an example, the resulting paths of a regular triangle are the same as a random walk on a honeycomb lattice. The resulting patterns and statistic properties of the RFW depend on the shape of each object.

Keywords: random flip walks, random walks

1. はじめに

テーブルに置いてあるオブジェを指で押して倒した経験は誰もが持っているだろう。そのオブジェがサイコロであり、 $\pi/4$ 回転毎に転がす方向をランダムに選ぶ場合を考える。このとき、底面となった正方形の重心位置を直線で繋げて得られた軌跡は正方格子上的ランダム・ウォークになる。オブジェが球だった場合について同様の考察を行うと、非格子ランダム・ウォークが得られる。

将来的にはオブジェや空間が 3 次元以上の場合を検討する可能性があるが、本講演ではオブジェと空間が 2 次元の場合についての問題を中心に考える。すなわち、二次元図形の表裏にインクが塗られており、ランダムに選ばれた一边を軸にしてオブジェが反転するという操作を繰り返したときのインク・パターンについて検討する。講演者はこれをランダム・フリップ・ウォーク (random flip walks, RFW) と呼んでいる。

2. ランダム・フリップ・ウォーク

RFW のアルゴリズムは以下のようになる。(a) 反転させる二次元図形 (凸多角形) の形状を決めて初期位置に置く。(b) 乱数を発生させてひとつの辺を選択する。(c) 選ばれた辺を線対称の軸として、辺を構成するふたつの頂点以外の全ての頂点を対称の位置に変換し、線対称な図形を描きこれを現在の図形とみなす。(d) 与えられた回数だけ (b) と (c) の操作を繰り返す。

ここで示した手順は次元を高くしても球面や双曲平面上でも同様に行える。上の例では三次元図形を二次元ユークリッド平面上で回転させたが、三次元図形を三次元空間において RFW させることも可能である。以下では幾つかの例を挙げる。

a. 正 3 角形, 正方形, 正 6 角形の 2 次元平面上での RFW はその面とは双対の関係にある

格子上のランダム・ウォークと等価である。

- b. 正 4 面体, 正 8 面体, 正 20 面体の 2 次元平面上での RFW は蜂の巣格子上のランダム・ウォークと等価である。同様に, 立方体は正方格子上のランダム・ウォークと等価である。
- c. 3 次元空間における立方体の RFW は立方格子上のランダム・ウォークと等価である。
- d. ある種の三角形は無限に歩き続けることによって隙間なく 2 次元平面を埋めつくす可能性がある。例えば, 直角二等辺三角形がそれに該当する。このような三角形は非ユークリッド平面でも存在する。

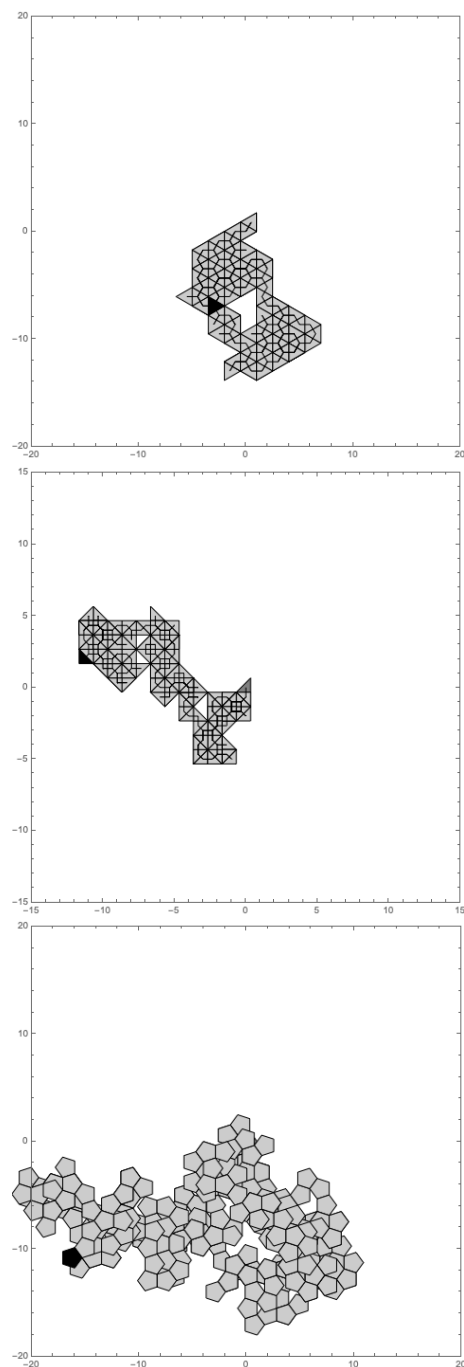
3. シミュレーション例

シミュレーションを行った結果を右図に示す。すべての結果は二次元図形の二次元平面上の RFW であり, 1,000 歩後を表している。訪れたことがある場所を灰色で, 終了時を黒で示している。重心の初期位置はすべて原点である。ここで挙げたのはすべて一例であって, シミュレーションの度に異なるパターンが得られていることに注意しておきたい。

右に挙げた例は, 上から順に, 正三角形, 直角二等辺三角形, 正五角形のシミュレーション結果である。正五角形以外は重心の軌跡も示した。これらの計算例からもわかるように, 平面を敷き詰めることができる図形が RFW でも平面を敷き詰めることができるとは限らないことがわかった。

4. 議論

発表者は以下の 2 点が RFW の特徴ではないかと考えている。1 点目は正五角形の RFW に見られるように, 局所的にみると常に選択枝は有限でありながら, 大局的にみると特徴的な方向がなくなる場合があることである。2 点目は二等辺三角形の RFW のように, 重心の移動距離 (ランダム・ウォーカーの歩幅) が必ずしも同一ではないことである。これらの特徴が RFW の統計的な性質にどのように関係してくるのかは今後の課題である。また, 2 点目を典型例とする「形をもつ」という制限がランダム・ウォークにどのように影響を及ぼすのかを考えるためのツールにこのモデルがなり得るかについても, 今後検討したい。



ルリビタキの羽枝の詳細モデルを用いた構造色の有限要素解析

植田 毅

東京慈恵会医科大学物理学研究室，東京都調布市国領町 8-3-1

tsuyoshi_ueta@jikei.ac.jp

藤井雅留太

信州大学 学術研究院（工学系），長野県長野市若里 4-17-1

森本元

山階鳥類研究所，千葉県我孫子市高野山 115

Full-model finite-element analysis for structural color of *Tarsiger cyanurus* feather barbs

Tsuyoshi Ueta, Garuda Fujii and Gen Morimoto

Abstract: This paper presents full modeling of the cross-section of a blue feather barb of *Tarsiger cyanurus* and studied optical properties of the barb of *Tarsiger cyanurus* by means of finite element analyses. Numerical reflection spectra computed by large-scale finite element method show good agreement with the measured one when the optical absorption by keratin is taken into account.

Keywords: finite element method, structural color, *Tarsiger cyanurus*, feather barb, reflection spectrum

1. はじめに

鳥の羽根の構造色の研究は比較的単純な孔雀については進んでいるが、カワセミなどでは羽毛を作る羽枝のスポンジ状の構造により構造色を呈することが観測的に明らかになっているものの、漠然とチンダルブルーであると言われているが、その構造の複雑さから理論的研究は進んでいない。ルリビタキの羽枝の断面構造は図2のようであるが、これまでの研究においては、これを表面部分を板状の乱れのあるポーラスフォトリック結晶としてモデル化し（図3）、ベクトル KKR 法により反射スペクトルを求め、測定された反射スペクトルの概形を説明することに成功している[1]。



図1. ルリビタキ

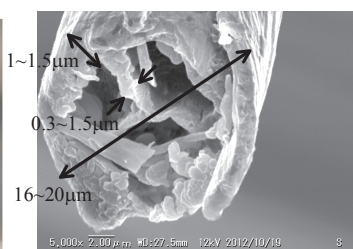


図2. 羽枝の SEM 写真

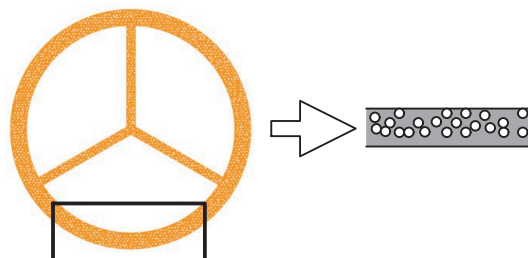


図3. ルリビタキの羽枝の模型

2. 計算モデル

本研究では、ルリビタキの羽枝の断面構造を詳細にモデル化した模型（図3左）を用いて、羽枝の反射スペクトルを計算する。羽枝は円筒状の外壁と等角度に開いた放射状の3つの隔壁から成っている。外壁と隔壁には細かな回転楕円体形の空胞が含まれる。モデル

では、空胞の半径、配置、それぞれを同一、周期的なものと、ランダムなものとの組み合わせ全てに反射スペクトルを計算し、測定された反射スペクトル形状の原因を調べる。モデルのサイズは測定に基づき、外壁の外径 $18.0\mu\text{m}$ 、厚み $1.25\mu\text{m}$ 、隔壁の厚み $0.7\mu\text{m}$ 、空胞の平均半径は $a = 52.5\text{nm}$ 、標準偏差を $\sigma_a = 7.5\text{nm}$ 、空胞間の平均間隔 $d = 242\text{nm}$ 、標準偏差を $\sigma_d = 37\text{nm}$ とする。隔壁に対する入射角依存性についても調べる。

3. 計算法

空胞内の電場の計算精度が十分になるようにメッシュを作成し、反射波が系に再入射しないように、系全体を吸収壁で取り囲む。平面波が無限遠方から入射する場合の反射波を有限要素法を用いて計算する。入射波の周波数を変化させ、反射スペクトルを求める。

4. 計算結果

空胞の半径、配置共に乱雑さを導入したモデルの1サンプルの反射スペクトルおよび10サンプルの平均の反射スペクトルを図4に示す。空胞の半径、配置がランダムになっている場合、いずれの場合も反射率は波長に対して単調に減少する普遍的な形を示すことが分かる。空胞の配置の乱雑さが重要であることが分かった。

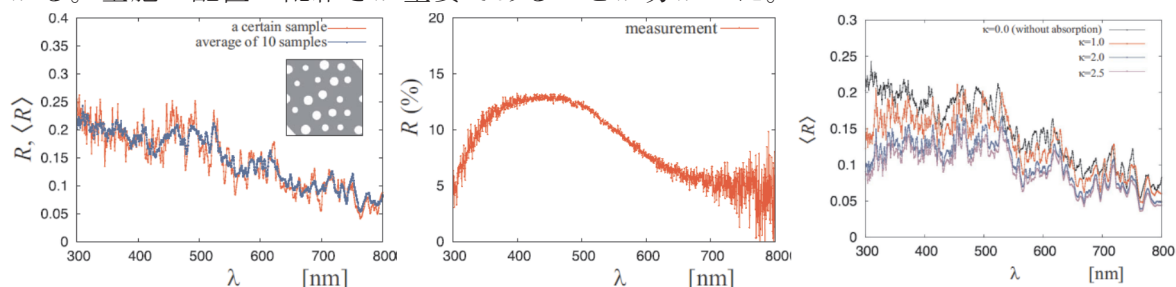


図4. 計算された反射スペクトル 図5. 測定反射スペクトル 図6. 吸収があるスペクトル

5. 吸収の影響

図4の反射スペクトルは観測されたもの（図5）とは短波長域での減衰が見られないという点が異なっている。これはケラチンによる吸収が原因であると考えられる。ルリビタキは野鳥であり、保護されているので吸収率を測定する十分な量の試料が用意できないため、暫定的に白色レグホンの羽毛の相対的吸収率を測定し、800nmでの吸収率をパラメータ κ としていくつかの値について反射スペクトルを求めた（図6）。

6. 結言

本研究ではルリビタキの羽枝の断面を忠実に模ったモデルの反射スペクトルを高精度に計算した。隔壁に対する入射角依存性はほぼ無く、入射波はほぼ外壁部分で散乱されていると考えられる。また、反射スペクトルには羽枝による光の吸収が大きく影響していることが分かった。また、本研究では1本の羽枝の散乱特性を計算しているが、測定では10枚の羽毛を積み重ねて反射率を測定しており、この点が以前の研究で提案した平板モデルが成功している理由であると考えられる。

謝辞

白色レグホンの吸収率は日本分光株式会社のご厚意で測定頂きました。ここに、記し、感謝いたします。この研究は科研費 基盤研究(C) 課題番号 23540436、および、部分的に新学術領域研究 課題番号 24120001 の支援の下実施されました。

参考文献

[1] Tsuyoshi Ueta, Garuda Fujii, Gen Morimoto, Kiyoshi Miyamoto, Akinori Kosaku, Takeo Kuriyama and Takahiko Hariyama, EPL, vol. 107, (2014) 34004.

星形正多面体の体積比較

小梁 修 (コヤナ オサム)

OSA 工房 石川県能美市

E-mail k036@almond.ocn.ne.jp

Volume comparison of star-shaped regular polyhedron

Osamu Koyana

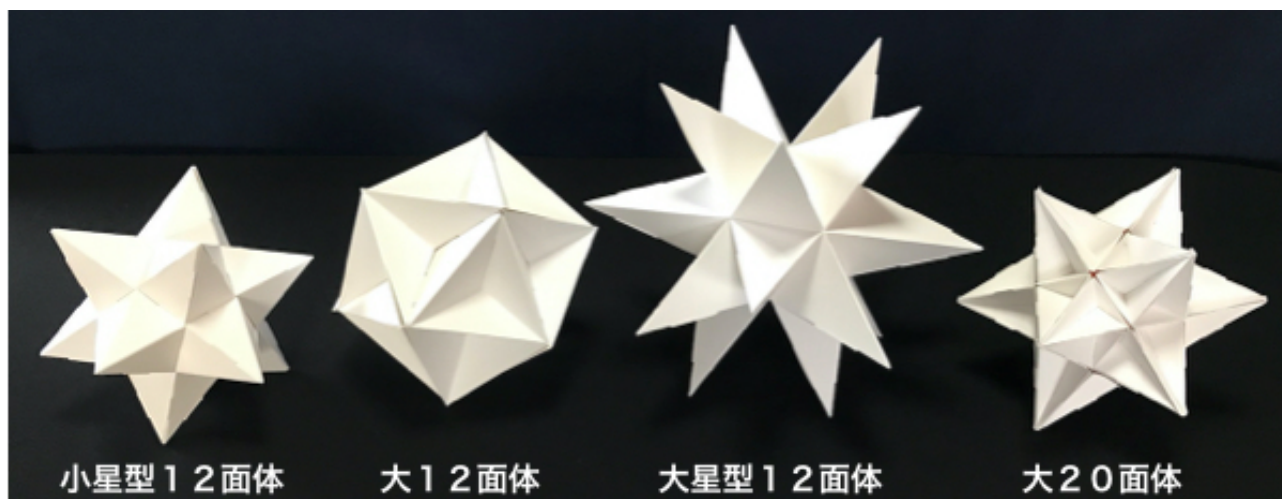
OSA koubou Nomi City, Ishikawa, Japan

Abstract: Find and compare the volumes of four star-shaped regular polyhedrons.

Keywords: 1、Calculate with ϕ 2、Coefficient $k = \phi + 2$

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.6180339 \quad k = \phi + 2 = \phi^2 + 1 = \phi\sqrt{5} \approx 3.6180339$$

	枠 (辺長)		体積 volume	表面積 surface area	体積 / 表面積 volume / surface area
小星型12面体	正20面体	1	$\frac{5\phi^{-2}}{2}$	$\frac{\phi^{-3} \cdot k^{\frac{1}{2}}}{4} \times 60$	$\frac{\sqrt{5k}}{30}$
大12面体	正20面体		$\frac{5\phi^{-1}}{2}$	$\frac{\phi^{-2} \cdot k^{\frac{1}{2}}}{4} \times 60$	$\frac{\sqrt{5k}}{30}$
大星型12面体	正12面体		$\frac{5\phi^{-1}}{2}$	$\frac{\phi^{-1} \cdot k^{\frac{1}{2}}}{4} \times 60$	$\frac{\phi^{-1}\sqrt{5k}}{30}$
大20面体	正20面体		$\frac{32-19\phi}{2}$	$\frac{\phi^{-5} \cdot k\sqrt{3}(2\phi^2+1)}{20} \times 60$	$\frac{\phi^{-1}\sqrt{3}}{18}$



ゼロから始める Android アプリの Java プログラミング

万里川則亮^{1*} 高津和紀² 平田隆幸²

1 福井大学工学部機械システム工学科 〒910-8507 福井県福井市文京 3-9-1

2 福井大学大学院工学研究科知能システム工学専攻 〒910-8507 福井県福井市文京 3-9-1

*nrkmrkw@gmail.com

Beginners Try to Learn Java Programming for Android Application

Noriaki Marikawa^{1*}, Kazuki TAKATSU² and Takayuki HIRATA²

1 Department of Mechanical and System Engineering, University of
Fukui, 3-9-1 Bunkyo, Fukui, Fukui 910-8507, Japan

2 Department of Human and Artificial Intelligent Systems, Graduate
School of Engineering, University of
Fukui, 3-9-1 Bunkyo, Fukui, Fukui 910-8507, Japan

Abstract: Can programming beginners create an application of mobile devices after 7 days lesson? Five university students who were beginners in Java programming participated in the project. The questionnaire surveys were carried out. After the lessons, the participants succeeded in making a Java application on Android devices.

Keywords: Mobile Device, Android, Java, Programming beginners, Education

1. はじめに

携帯端末は、広く普及するとともに、その処理能力も飛躍的に向上してきている。また、携帯端末は PC と比較して、老若男女問わずより身近なものとなっている。現在、携帯端末上で動くアプリケーションには、多種多様なものが存在し、生活の一部になりつつある。また、携帯端末で動くアプリケーションは、新しい可能性を秘めているとともに、技術やサービスを低コストで広く供給することが可能である。

携帯端末を使った多種多様なアプリケーションが存在するが、これらのアプリケーションには、一般の人々が開発したものも多く含まれている。それ故、アプリケーションを製作してみたいと考えている人は多い。そこで、プログラミングの初心者が 1 週間の lesson を受けた後に携帯端末のアプリケーションを開発できるかについて調べた[1]。

ここで、開発環境として Android Studio を用いた。その理由として、世界的なシェアでは Android 端末が多くを占めているところにある。また、Android アプリを配信する google play では、開発者にかかるアプリ配信時のコストが App store に比べて低いのも理由の一つである。講習後、Android OS 上のアプリケーションの製作が可能になるかなどについてのアンケート調査をおこなった。

2. 講習内容

プログラミング初心者 5 人に 7 日間の講習で android アプリを製作できるようになるかの実験をおこなった。1 回の講習は課題の時間を含めて 60 分でおこなった。講習に使用する教材は、一般的な本[2][3]を参考にオリジナルなものを準備した。目標達成のため、3 つの課題を設けた。受講者は各課題で指定された時間内に課題をおこなう。課題 1, 仮想デバイスに、複数の文字列を表示する。課題 2, 仮想デバイスに、ボタン(インターフェース部)を配置する。課題 3, 仮想デバイス上で計算機を作成する。さらに講習後に講習に対す

るアンケートをおこなった。開発環境について述べる。プラットフォームは、最低限のハードウェア(Windows10 が起動するもの：CPU Core-i5, RAM 2GB 以上, HDD 最低 4GB 以上), モニター(24 インチ, 1280×800 以上)を用いた。

3. 結果

アンケートの結果と講習でおこなった課題の結果について議論する。図 1 は、達成時間を横軸にとり、縦軸に達成割合をプロットしたものである。達成時間は各課題を達成するまでに用いた時間の合計である。課題を達成できなかった者は、設定した制限時間を達成時間とした。達成割合は各課題に設定された目標の達成数の合計を割合で示したものである。達成時間と達成割合には強い負の相関(相関係数 $r = -0.90$)があった。このことから達成度の高い被験者はより短い時間でプログラムを組むことが出来ていることがわかる。合計 7 時間という短い講習でも、相関関係にあらわれるような理解度の差がうまれている。

図 2 は、達成時間を横軸にとり、縦軸に満足度をプロットしたものである。満足度は講習後のアンケートで 0～3 で受講者に評価してもらった。値が大きいほど満足であるとした。達成時間と満足度には強い負の相関(相関係数 $r = -0.95$)があった。短い実習時間で課題を達成できた被験者が満足度の高い傾向にある。図 2 から、満足度の低い被験者は他の被験者に比べて達成時間に大きな差がうまれている。達成割合と満足度の両方に対し、達成時間は強い負の相関をもっていた。また、達成割合と満足度には強い相関(相関係数 $r = 0.89$)があった。

さらに、アプリケーションの作成に関して、客観的評価と自己評価などを比較した。自己評価は自己評価と客観評価には、十分な相関が認められなかった。客観的評価と満足度には強い相関があった。これらの結果をふまえて、講習の内容や課題の方法を変えていくことで理解度に差がうまれるかを考える。また、受講者 5 名に対して、人数が多い場合やインターネット上へ公開した場合の理解度の差についても調べることが課題となる。

詳細は、講演中におこなう予定である。

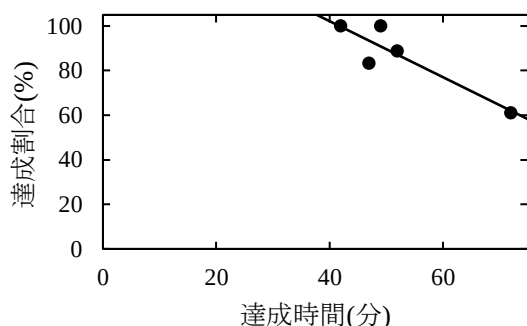


図 1 : 達成時間と達成割合^[1]

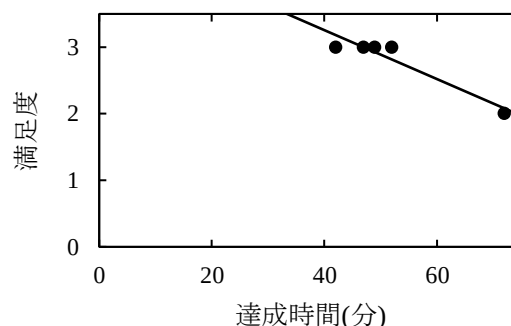


図 2 : 達成時間と満足度^[1]

参考文献

- [1] 万里川則亮, 高津和紀, 平田隆幸: ゼロから始める Android プログラミング-1 週間で携帯アプリを作れるか?-, 福井大学大学院工学研究科研究報告第 68 巻 (2019). 印刷中
- [2] 布留川英一: Android プログラミングバイブル SDK 7/6/5/4 対応 chapter1-3, ソシム株式会社, pp.17-236 (2017).
- [3] 高橋麻奈: やさしい Java, 風工舎 (2013).

立体映像の周辺視認時における視線運動に関する研究

小野蓮太郎¹, 高田宗樹^{1*}, 平田隆幸¹, 山本将太¹, 増永澄紀¹, 松浦康之²

1 福井大学大学院工学研究科知能システム工学専攻 〒910-8507 福井県福井市文京 3-9-1

2 岐阜市立女子短期大学国際文化学科 〒501-0102 岐阜県岐阜市一日市場北町 7-1

*takada@u-fukui.ac.jp

Study on gaze movement while viewing the periphery of 3D images

Rentaro Ono¹, Hiroki Takada^{1*}, Shota Yamamoto¹, Sumiki Masunaga¹, Masumi Takada²

1 Department of Human and Artificial Intelligent Systems, Graduate School of Engineering, University of Fukui, 3-9-1 Bunkyo, Fukui, Fukui 910-8507, Japan

2 Department of Cross Cultural Studies, Gifu City Women's College, 7-1 Hitoitibakitamachi, Gifu, Gifu, Japan

Abstract: In recent years, the development of video technology has increased the chance of viewing stereoscopic video on media such as television and movie theaters. As the viewing of 3D video has become more commonplace, symptoms such as visually induced motion sickness (VIMS) and eye fatigue have been reported. Degree of the motion sickness is measured by the equilibrium/autonomic nervous system disfunction other than the subjective ways as simulator sickness questioner (SSQ) although the cause of motion sickness has not been clarified. We have already shown that degree of the VIMS decreases due to the suppression of backgrounds. Also, there is little knowledge about the effect of stereoscopic video viewing on eye movement. In this study, it was suggested that subjects would follow to the visual target unconsciously due to the suppression of backgrounds even if subjects were asked to conduct the peripheral vision.

Keywords: 3D images, motion sickness, eye movement

1. はじめに

近年、映像技術の発展によりテレビや映画館をはじめとするメディアなどで、立体映像を視聴する機会が増えている。立体映像視聴が身近になっていくのに伴い、頭痛、眩暈、吐き気等の映像酔いや眼疲労などの不快な症状が発生することも報告されている^[1]。

映像酔いの発生機序については、動揺病と同様に感覚不一致説がよく知られている^[2]。他にも輻輳・調節矛盾説や中毒説など諸説あるが、映像酔いの原因は明らかにされていない。また、視覚系・前庭系・体性感覚系の中でも視覚系は、姿勢制御の上で重要な役割を果たしている。これは、開眼時と閉眼時での立位姿勢の重心動揺を比較すると、閉眼時のほうが、揺れが増大することから明らかである^[3]。映像酔いは、視覚情報に起因する現象であるが、立体映像視認が視線運動へ及ぼす影響に関する知見は十分とはいえない。そこで本研究では、立体映像の認知に特有な視線運動の特徴を捉えるとともに、映像酔いや眼疲労に

よって起こる、視線運動への影響を明らかにすることを目的として、視線運動計測を行った。

2. 実験

2.1 実験方法

健康な 22-24 歳の若年男女 11 名（平均年齢±標準偏差:22.7±0.8 歳）を対象として計測を行った。映像視認には、55 インチの 3D ディスプレイ 55UF8500 (LG) を用いた。実験に用いる立体映像は、Sky Crystal (オリンパスメモリーワークス) をもとに同社の許可を得て再構成したものを用いた。Sky Crystal は、球体を呈示する動画であり、背景映像に狭窄がない映像を映像 1、背景映像に狭窄がある背景を映像 2 として扱った。視標として用いた球体は、左右および上下に変位を伴いながら近位と遠位を準周期的に往復する。

計測は暗室で行い、実験姿勢は立位ロンベルグ姿勢とした。立位姿勢安静の後、映像 1 と映像 2 を各 60 秒間視認させ、この間の重心動揺と次節で述べる視線運動を同時計測した。このプロトコ

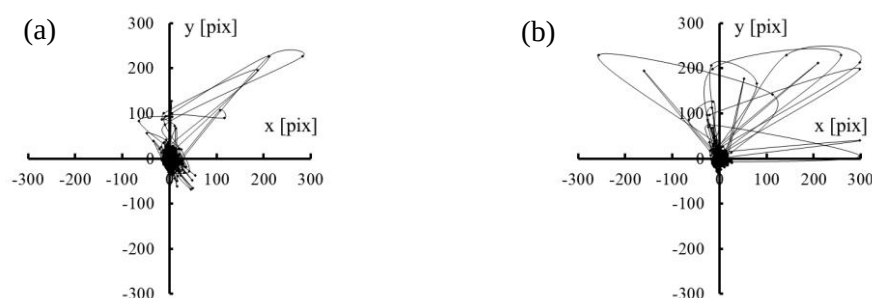


Fig. 1 周辺視認時における視線軌跡の典型例 (a)映像 1、(b)映像 2

ルを、周辺視、追従視の2種類の視認方法で行った。視認する映像と視認方法の順序効果を考慮し、実験は任意の順番で行った。

2.2 視線運動計測

視線運動計測には、アイマークレコーダ EMR-9 (ナックイメージテクノロジー) を用い、映像視認時の各サンプリング時間での視線の位置を記録した。サンプリング周波数は、60 Hz で記録した。得られた時系列データから、解析指標である総軌跡長、外周面積、単位面積軌跡長、及び疎密度を算出した^[4]。また、解析指標の値について、Wilcoxon の符号順位と検定を用いて比較検討を行った。尚、本研究では有意水準を $p < 0.05$ とした。

3. 結果

3.1 視線軌跡

眼球運動計測から得られた映像 1、映像 2 視認時における視線軌跡を Fig. 1 に示す。以下では、重心動揺図の解析と同様な方法で、視線軌跡の図形パターンを数値化して比較検討を行った。

3.2 映像間の比較

周辺視認の際、映像 1 と映像 2 を比較した結果、映像 2 視認時の総軌跡長、疎密度が有意に大きかった ($p < 0.05$)。

追従視認の際、映像 1 と映像 2 を比較した結果、映像 2 視認時の総軌跡長が有意に大きい傾向がみられた ($p < 0.1$)。

3.3 視認方法による比較

映像 1 視認の際、周辺視と追従視を比較した結

果、周辺視視認時の外周面積が有意に小さく ($p < 0.05$)、単位面積軌跡長と疎密度が有意に大きかった ($p < 0.05$)。

映像 2 視認の際、周辺視と追従視を比較した結果、周辺視視認時の外周面積が有意に小さく ($p < 0.05$)、単位面積軌跡長と疎密度が有意に大きかった ($p < 0.05$)。

4. 考察

眼球運動計測の結果から、映像 1 視認時に対して、映像 2 視認時の方が、視線の変動量が大きいたことがわかる。これは、映像 2 視認時に、被験者に周辺視を指示したものの、視野狭窄にともなって視認するオブジェクトが検知できず、無意識に追従視をしたことが考えられる。また、先行研究により、追従視に比べ周辺視のほうが、重心動揺量が增大することが明らかとなっている。このことから、視野狭窄のない映像は、映像酔いを誘発しやすいことが考えられる。

参考文献

- [1] International standard organization, "IWA3:2005 Image safety-Reducing determinism in a time series", Phys. Rev. Lett. (70), pp.530-582, 1993.
- [2] Reason, J. T., Brand J. J, "Motion Sickness", Academic Press London, 1975.
- [3] Owen DH: Maintaining posture and avoiding tripping. Optical information for detecting and controlling orientation and locomotion. Clin Geriatr Med, pp.581-599, 1985.
- [4] Balaban C.D., and Poster J.D., "Neuroanatomic substrates for vestibuloautonomic interactions", J.Vestibular Research 8, pp.7-16, 1998.

3D プリンタによるクラリネット用シングルリードの製作と評価

守部 綾香, 秋田 剛

千葉工業大学, 千葉県習志野市津田沼 2-17-1

E-mail アドレス s16A2116SN@s.chibakoudai.jp

Production of Single Reeds for Clarinet by 3D Printer and its Evaluation

発表者氏名 MORIBE Ayaka, AKITA Takeshi

所属機関名 Chiba Institute of Technology

Abstract: Production of single reeds for clarinet by 3D printer is conducted. The frequency characteristics of reeds produced are evaluated by both acoustic and vibration signals analysis to clarify the relationship between the shapes and the tones of the reeds.

Keywords: 3D printer, Musical Instrument, Clarinet, Single Read, FFT Analysis

1. 研究背景と目的

3D プリンタが登場し、楽器の製作にも利用されるようになってきている。3D プリンタを用いることで、楽器の形状を自由に設計することが可能となるが、楽器の特性が形状によってどのように変化するかはよくわかっていない。本研究では、比較的単純な形状であるクラリネット用のシングルリードの製作を 3D プリンタで行い、リードの形状と振動周波数や楽器音の周波数との関係を明らかにする。クラリネット用シングルリードとは、クラリネット上部のマウスピース部分に取り付けるもので、息を吹き込み振動させることで音を出す重要なパーツである。

2. 実験方法

実験では、ひずみゲージを 3D プリンタで製作したリードの裏面に取り付けクラリネットのマウスピースに設置する(図 1)。吹奏した際に得られるひずみデータを周波数解析し特性を評価する方法^[1]と、クラリネットのベルから発せられる音をマイクで録音し周波数解析から特性を評価する方法^[2]を考える。

基準となるリードとして、市販の木製リード(図 2)とプラスチックリード(図 3)を使用する。3D プリンタで製作するリードの形状は、市販の形状と同様のもの(図 4)、及びリード先端に幅 a の切れ込みを入れたもの(図 5)とする。本研究では、切れ込み幅を、 $a = 1.5$ mm, 1.6 mm, 1.75 mm, 2.0 mm, 3.0 mm と順に深くしたものを製作した(図 6)。



図 1 リードに取り付けたひずみゲージ



図 2 木製リード



図 3 プラスチックリード

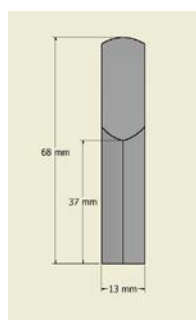


図 4 3D プリント リードの製作図面

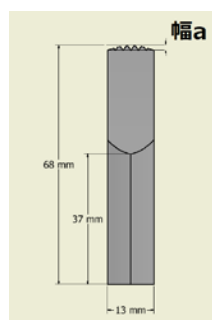


図 5 先端に切れ込みを リードの製作図面

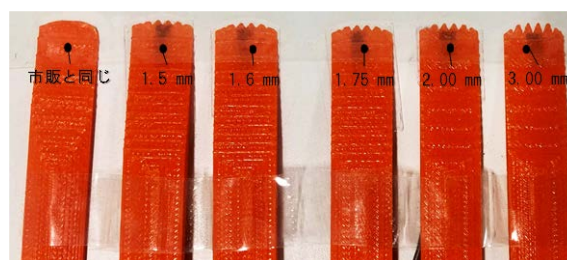
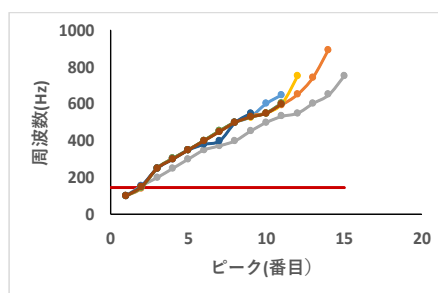


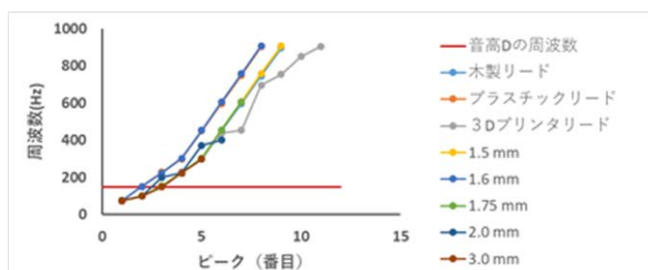
図 6 製作した 3D プリント製リード

3. 実験結果と考察

ひずみゲージを取り付けた各リードを高音 D で吹奏した際のひずみゲージ及びマイクの音源データの周波数解析から、図 7(a), (b)の結果が得られた。図の横軸はピーク番号、縦軸がピーク周波数である。図 7(a)からは、すべての形状で音高 D の周波数である 146.832 Hz での振動が確認できた。一方で図 7(b)に示すように、クラリネットのベルから発せられる音の周波数解析からは、音高 D の周波数付近では、形状ごとに周波数のばらつきが確認できた。これらの結果、リードの先端の振動とベルから発せられる音の振動に違いがあることがわかる。また、図 7(a), (b)のグラフを比較すると、切れ込み 3 mm の時、図 7(b)ではピーク数が極端に少ないが、図 7(a)ではピーク数は他とさほど変わらず出ている。音は出なくてもリードは振動している状態だと考えられる。図 7(a)から、3D プリント製のリードは、木製リードやプラスチック製リードと比較して、全体的に周波数が低めに出ている。また、切れ込みを深く入れるほどピーク数が少なくなっており、従来の形状に近いほどより多くの周波数ピークを含んでいる。このことから形状の変化による他の周波数の混じり具合が、音質に差をもたらすと考えられる。



(a) ひずみ (ピーク・周波数)



(b)録音(ピーク・周波数)

図 7 FFT 解析結果

4. 結言

本研究では 3D プリント製のリードを製作し周波数解析によって特性を評価した。リード形状によっては、リード振動と吹奏音の周波数に相違を生じる場合があることを確認した。

参考文献

- [1] 中間岳, 本間俊介, 富士川計吉:「バイオリンの音色に関する研究 高速フーリエ (FFT) 法および 意味微分法 (SD) 法による試み」認知科学研究, 1 巻, 2002-04-30
- [2] 尾恵一:「クラリネットにおけるリード振動の可視化と解析」情報処理学会研究報告 Vol. -MUS-95 No. 11, 2012-06-03

立体概念の形成を支援する科学折り紙教材 IV, アクティブラーニングのための折り紙モデル

石原 正三

埼玉県立大学 保健医療福祉学部、〒343-8540 埼玉県立大学保健医療福祉学部
shozo@spu.ac.jp

Science Origami as a teaching material aiming for grasping concepts of solid bodies IV, Origami-model for active learning

Shozo Ishihara

School of Health and Social Services, Saitama Prefectural University,
820, Sonnoomiya, Koshigaya, Saitama 343-8540, JAPAN

Abstract: By making use of Science Origami, a versatile method for constructing three-dimensional models made of triangular units of Origami, Origami-models was introduced into a course of Mathematical Science as a teaching tool in 2006, and then as a practice in making Origami-models in 2012. With the revision of the curriculum in 2019, Project-based Learning (PBL), one of active learning types, has been innovated in the course. The new teaching plan of the innovative course is reported in detail.

Keywords: Science Origami, Origami-models, Active learning, Project-based learning (PBL), Mathematical Science,

はじめに

2006 年度に教養科目自然科学分野の選択科目として新設された「数理科学」において、三角形の単位構造（ユニット）で立体構造模型を制作する手法（「科学折り紙」と呼ぶ）が新たな幾何学教材として導入された。2012 年度のカリキュラム改訂で、正多面体（プラトン立体）とオリジナル作品を科学折り紙の手法を活用して制作する実習教材が導入され、科学折り紙を活用して幾何学の基礎知識を習得する新たな授業が開発されてきた。

2019 年度の新カリキュラム（カリキュラム 2019）導入を契機として、授業形態を教授者中心の講義形式から、グループ討論活動を活用して、学習者中心のアクティブラーニング形式[1]へと転換することを目的に、2017 年度以降、新たな実験・実習教材の開発に取り組んでいる[2]。

本報告では、旧カリキュラム（「カリキュラム 2012」）で実施した授業で、2016 年度から 2018 年度の履修学生が提出した実習報告書を参考に立案された 2019 年度の授業計画と、2019 年度後期に開始された授業の進行状況について説明する。

2019 年度教養科目「数理科学」の授業計画

2012 年度の授業科目新設以来、「数理科学」の履修者は 3 名から 10 名の間で推移してきたが、2018 年度は履修者が 1 名であったため、2017 年度当初の研究計画に反し、2018

年度に試行することが出来ず、学習者のグループ討論に基づくアクティブラーニングの授業を 2019 年度後期からぶっつけ本番で実施することとなった。

表 1 に 2019 年度後期に開講する教養選択科目「数理科学」授業計画を示す。第 1 回の授業では履修者が確定していないため、授業計画の説明のみを行い、当該科目において教育研究を実施することを伝えて、提出物の著作権、および肖像権についての許諾を確認するとともに、第 2 回の授業においても許諾の確認を行なう。

表 1 2019 年度 教養科目「数理科学」の授業計画

回	到達目標	授業概要
1	全 15 回の授業内容の概要を知る	ガイダンス：授業計画の説明 教育研究の通知と許諾
2	触覚による立体の認識と体験の文章表現を試みる	目隠しをして、立体の触覚（体性感覚）実習 立体の触覚（体性感覚）実習と体験記録
3	幾何学の基礎事項を調査と討論を通して確認する	調査活動と討論 テキスト説明「多角形と多面体の幾何学」
4	5 種類の正多面体の特徴を考察する	調査活動と討論 テキスト説明「多角形と多面体の幾何学」続き
5	多面体の特徴を示す幾何学量を説明できる	調査活動と討論 オイラーの多面体公式と色々な多面体
6	折り紙モデルの制作方法を知る	PBL テュートリアル：正四面体と正八面体の骨格構造（スケルトン）の折り紙モデル
7	折り紙モデルの制作方法で立体を設計する	PBL テュートリアル：正六面体（立方体）と正八面体のスケルトンの折り紙モデル
8	複雑な折り紙モデルの制作方法を知る I	PBL テュートリアル：正十二面体のスケルトンの折り紙モデル
9	複雑な折り紙モデルの制作方法を知る II	PBL テュートリアル：正二十面体のスケルトンの折り紙モデル
10	立体モデルを設計する I	PBL テュートリアル：多面体の設計と必要な折り紙の大きさと枚数の計算（次回へ続く）
11	立体モデルを設計する II	PBL テュートリアル：多面体の設計と必要な折り紙の大きさと枚数の計算（設計完了）
12	立体モデルを制作する I	PBL テュートリアル：折り紙のカッティング
13	立体モデルを制作する II	PBL テュートリアル：ユニットの制作
14	立体モデルを制作する III	PBL テュートリアル：作品の完成と写真撮影
15	作品の立体構造を説明できる	プレゼンテーションの実施と報告書の完成

おわりに

2019 年度の取り組みを通して、サイエンス折り紙を活用した折り紙モデルの制作実習がアクティブラーニングに適した教育活動であることを実証したいと考えている。

謝 辞

本研究は、平成 29 年度科学研究費助成事業（基盤研究（C））の支援を受け、「科学折り紙を活用した課題解決型（PBL）実験の開発」（課題番号：17K01039）の一部として実施されました。支援に対しお礼申し上げます。

参考文献

- [1] 松下佳代, 「ディープ・アクティブラーニング」, 勁草書房 (2015 年 11 月 15 日)
- [2] 石原正三, 「科学折り紙を活用した課題解決型（PBL）実験の開発」, 平成 29 年度科学研究費助成事業（基盤研究（C））, 課題番号：17K01039

異常回転分岐への長い道

山口喜博 (元帝京平成大学)¹

Long way to the anomalous rotation bifurcation

Yoshihiro Yamaguchi

Abstract. Suppose that the elliptic fixed point in the area preserving map occurs the period-doubling bifurcation. Before the period-doubling bifurcation, the rotation bifurcation happens and two periodic orbits with the rotation number p/q appear. Here p/q is an irreducible fraction satisfying the condition $0 < p/q < 1/2$. Let $a_c(p/q)$ be the critical value of the rotation bifurcation. For the particular rotation numbers in the restricted map, the anomalous rotation bifurcation (ARB) happens at $a = a_c^{\text{sn}}(p/q) (< a_c(p/q))$ and the anomalous parameter interval $[a_c^{\text{sn}}(p/q), a_c(p/q))$ appears. The origin of ARB is investigated and the condition for ARB to occur is derived. By the numerical calculation, the anomalous parameter interval and the anomalous rotation interval are determined.

Key words. Area preserving map, Anomalous rotation bifurcation

下記の形式の二次元面積保存写像 T を考える.

$$y_{n+1} = y_n + f(x_n), \quad x_{n+1} = x_n + y_{n+1}.$$

ここで $f(x) = a(x - x^2)$ ($a > 0$). 写像 T における楕円型不動点 $Q = (1, 0)$ はパラメータの増大にともない周期倍分岐を生じる. 実は楕円型不動点が周期倍分岐が生じるまでに回転分岐と呼ばれる分岐が生じる. 結果として回転数 p/q の楕円型周期軌道 (p/q -BE) とサドル型周期軌道 (p/q -BS) が生じる. これらが生じる臨界値を $a_c(p/q)$ と書く (図 1(a)). ただし, 回転数は既約分数で, $0 < p/q < 1/2$ を満たす. 写像によっては, $a_c(p/q)$ より少し小さな値 $a_c^{\text{sn}}(p/q)$ で回転数 p/q の周期軌道がサドルノード分岐で生じる (図 1(b)). この現象はダリン-ミース-スターリング (DMS) によって再発見された [1]. この分岐を異常回転分岐と呼ぶ. 異常回転分岐の特有な性質は, 異常回転パラメータ区間 $[a_c^{\text{sn}}(p/q), a_c(p/q))$ が生じることである. このような異常回転分岐が生じる回転数 p/q は $1/3$ と $1/3$ より少し小さな値に制限されていることが特徴である. ここでは異常回転パラメータ区間を持たない回転分岐を正常回転分岐と呼ぶ.

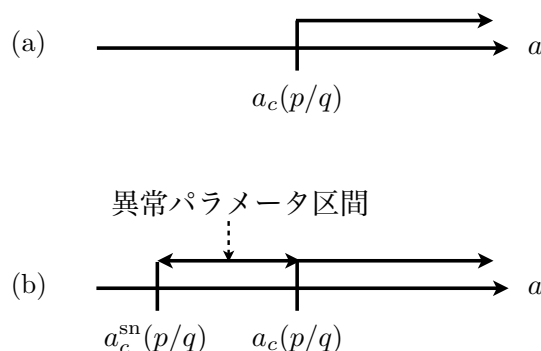


図 1: (a) 正常回転分岐. (d) 異常回転分岐. 異常回転パラメータ区間 $[a_c^{\text{sn}}(p/q), a_c(p/q))$ の定義.

¹連絡先: 〒 290-0073 千葉県市原市国分寺台中央 2-4-14, メール: chaosfractal@iCloud.com

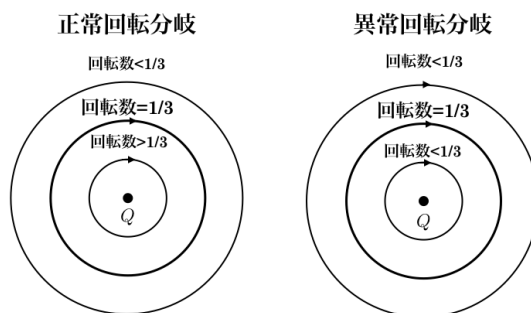


図 2: 楕円型不動点 Q の周りの運動. (a) 正常回転分岐の場合. (d) 異常回転分岐の場合.

異常回転分岐が生じる条件に関する検討を行い, 異常回転分岐の異常性の原因を明らかにすることが本講演の主目的である. 結果として異常回転分岐が生じるための条件が得られた.

定理 1. 楕円型不動点 Q を通る対称線で, Q における曲率が正である対称線が存在すれば必ず異常回転分岐が生じる.

異常回転分岐は楕円点の周りの回転の仕方の異常性に起因する. この異常性を引き起こしている原因が定理 1 で述べた対称線の存在である. この異常性について図 2 をもとに説明する. 図 2(a) では楕円型不動点 Q より離れるにつれて回転の仕方が遅くなるという単調ねじれ性が成り立っている. 図 2(b) では Q より少し離れた地点での回転の仕方が速い. つまり Q の周りで単調ねじれ性が破れている. 結果として, $a = a_c^{\text{sn}}(1/3) = 2\sqrt{2}$ で回転数 $1/3$ の周期軌道点が Q より離れた地点に生じる. これが異常回転分岐である. 生じたサドル型周期軌道点は a の増加とともに Q へと移動し, $a = a_c(1/3) = 3$ で Q と一致する. 更に a を増加するとサドル型周期軌道点は Q より放出される. 数値計算で得られた異常回転分岐が生じる全回転数区間と全パラメータ区間 (図 3 [2]) を示し, 次に定理 3 を紹介する.

数値計算結果 2.

(a) 異常回転数全区間: $((1/\pi) \sin^{-1}(\sqrt{5/8}), 1/3]$.

(b) 異常回転パラメータ全区間: $(2.5, 3)$.

定理 3. 異常回転パラメータ全区間 $(2.5, 3)$ では正常回転分岐は生じない.

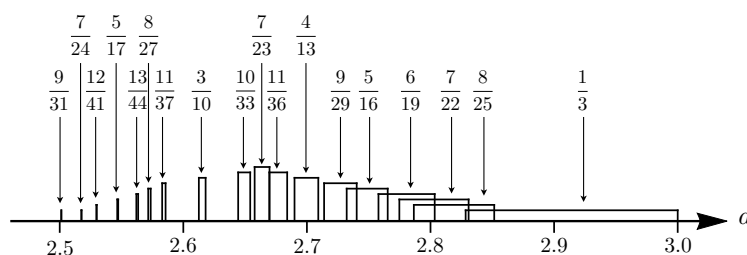


図 3: 異常回転パラメータ区間. $1/3$ は回転数 $1/3$ の異常パラメータ区間を表す.

参考文献.

- [1] Dullin, H. R., Meiss, J. D. and Sterling, D., Symbolic codes for rotational orbits. SIAM J. Appl. Dyn. Sys. 4 (2005), 515-562. <https://doi.org/10.1137/040612877>
- [2] 山口喜博, 谷川清隆, 馬蹄への道 (共立出版, 2016).
- [3] 山口喜博, 異常回転分岐への長い道, 形の科学会誌 (2019). 投稿中.

砂丘による parastichy pair を決定する

根岸利一郎¹, 関口久美子¹, 船崎明美², 内田正哉¹

¹埼玉工業大学, 深谷市普濟寺 1690

²(株)ビジネスサポート, 本庄市五十子 3-6-17

negishi@sit.ac.jp

Determining a parastichy pair by sand dune

Riichirou NEGISHI¹, Kumiko SEKIGUCHI¹, Akemi FUNAZAKI², and Masaya UCHIDA¹

¹Saitama Institute of Technology, 1690 Fussaiji, Fukaya, Saitama, 369-0293

²Business support Co. Ltd., 3-6-17 Ikako, Honjo, Saitama, 367-0027

Abstract : The parastichy pair values can be directly determined using Discrete Fourier Transform (DFT) even if they are the generalized Fibonacci numbers [1][2]. Parastichy pairs of sand dunes in a desert can also be determined with DFT. We found that the deviation from dune distribution uniformity was small when the ratio of the large number to the small number for the determined pair was close to the golden ratio.

Keywords: sand dune, parastichy pair, Fibonacci numbers, discrete Fourier transform, golden ratio

1. はじめに

第 85 回シンポジウムでは四つの開度でのシミュレーションによる矩形平面画像から抽出した特徴点に離散フーリエ変換 (DFT : Discrete Fourier Transform) を使う方法を適用した結果を報告した[3]。それによると, 得られた空間周波数には parastichy pair の大きな二つのピークが観測され, 点分布が均一に見える画像では pair2 数の比の値はほぼ黄金比となったが, 点の偏在する画像ではその比が黄金比から大きく外れた。ここでは提案の DFT の方法をパイナップルの鱗片や砂漠の砂丘に適用する。

2. 応用

2.1 パイナップルの鱗片

実在のパイナップル鱗片に上記 DFT の方法を適用してみよう。図 1 はパイナップルを立てて 10° ずつ回転して撮影した画像を重ね合わせた合成画像である。この画像の各鱗片の中央付近を点として上下端を除いた 48 片について画像内位置情報を抽出する。その位置情報に提案の DFT の方法を適用して得られた結果が図 2 である。図 1 の目視で確認できる parastichy pair の 8 と 13 が得られる。



図 1. 10°ずつ回転させた撮影で作った合成画像

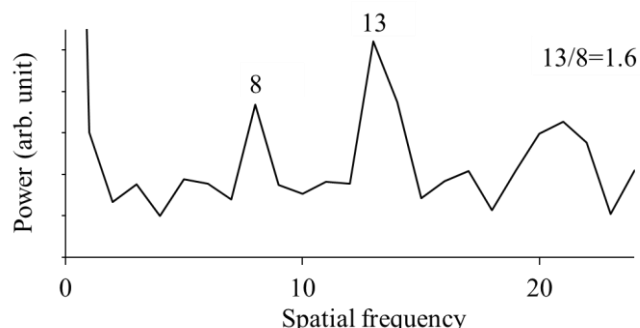


図 2. DFT で得られた結果

2.2 砂漠の砂丘

1) サハラ砂漠

図 3 はサハラ砂漠の砂丘の連なりである。この砂丘の一つ一つを点として点線四角形内 256 点の画像

上の位置情報を抽出する。その抽出点に DFT の方法を適用すると図 4 の細線が得られる。ここでピークの空間周波数を特定するためにコンボリューションを施す。コンボリューション関数はガウス関数とローレンツ関数の和をとる方法を採用した。その結果, **parastichy pair** の数値として破線から第 1 ピークは 71, 第 2 ピークは 111 が特定され, 両者の比として 1.56 が得られる。

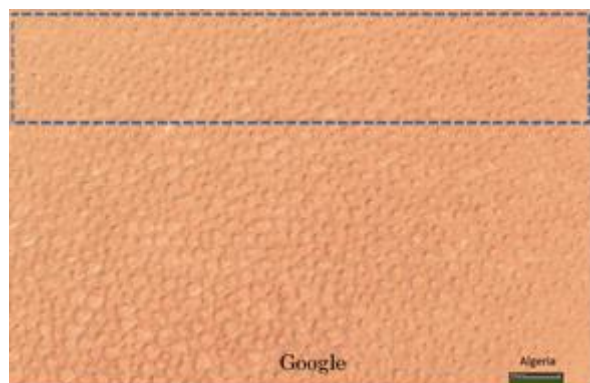


図 3. サハラ砂漠の砂丘連なり

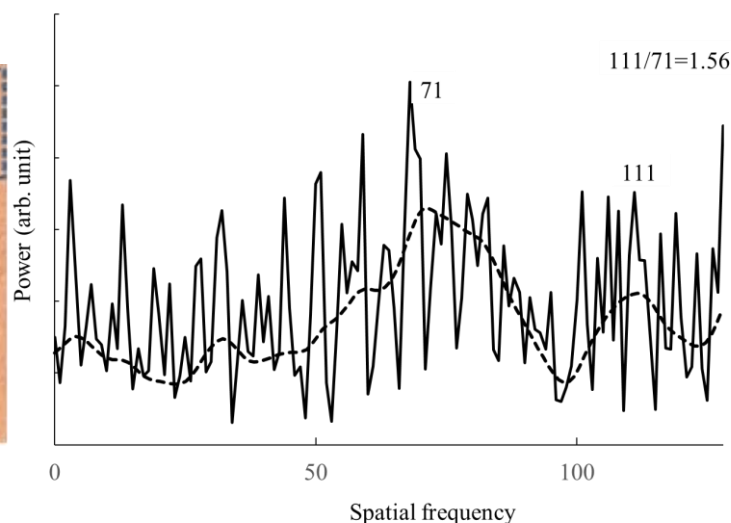


図 4. 図 3 から得られた周波数変化とコンボリューション結果

2) ゴビ砂漠

ゴビ砂漠の砂丘 (図 5) についてもその特徴を示す **parastichy pair** を決定してみよう。図 5 の点線四角形内から砂丘の画像内位置として 256 点を抽出する。抽出された点のフーリエ変換結果が図 6 の細線であり, コンボリューションから **parastichy pair** の 72 と 125 およびその比 1.74 が得られる。

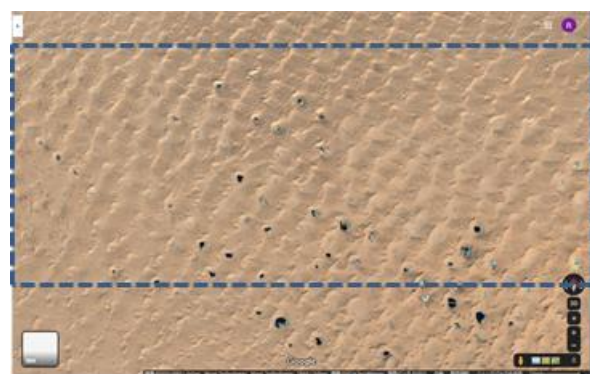
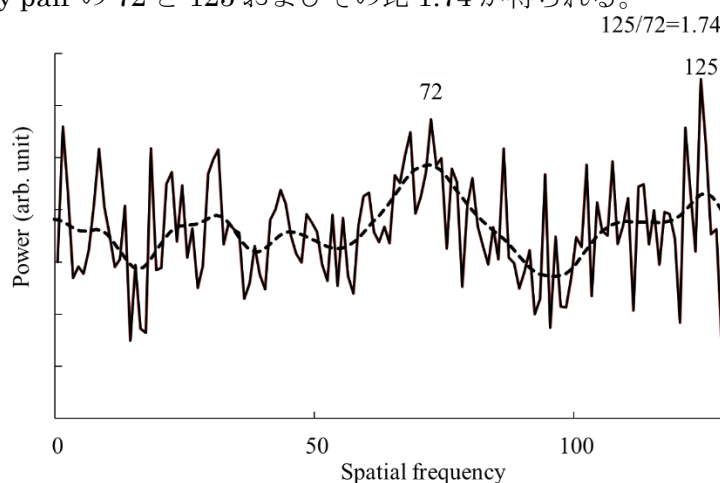


図 5. ゴビ砂漠の砂丘連なり

図 6. 図 5 の抽出点からの変換結果と **parastichy pair**

3. まとめ

画像乱れを評価するために離散フーリエ変換を利用する方法[3]をパイナップル鱗片と砂漠の砂丘に応用した。パイナップル鱗片の応用からは目視と同じ **parastichy pair** が得られた。砂漠の観測対象から決定された **parastichy pair** 2 数の比はサハラ砂漠がゴビ砂漠のそれよりも黄金比に近い値だった。他方, サハラ砂漠の砂丘分布は連なり線の目立つゴビ砂漠に比べて均質に見える。この事実は **parastichy pair** 2 数の比と黄金比との差が対象事象の偏在さの指標となる可能性を意味する。

報告では他の画像の解析結果も紹介する。

[1] Negishi, R., *et.al.* (2017), Determining Parastichy Numbers Using Discrete Fourier Transforms, *Forma*, 32, pp.19–27.

[2] Negishi, R. (2019), *Asymmetry in Plants*, (eds. Bir, B., *et.al.*), CRC press, chap.16.

[3]根岸ほか(2018),画像の乱れを評価する, 第 85 回形の科学シンポジウム予稿集, pp.51-52.

火山地形の進化におけるエントロピーの概念

金子尚人¹, 長濱裕幸¹

東北大学大学院理学研究科地学専攻、仙台市青葉区荒巻字青葉 6-3

naoto.kaneko.t4@dc.tohoku.ac.jp

Concept of entropy in evolution of volcanic landform

Naoto Kaneko¹, Hiroyuki Nagahama¹

¹Department of Earth Science, Tohoku University

6-3 Aoba, Aramaki Aoba-ku, Sendai 980-8578, JAPAN

Abstract: We pointed out that the height of volcano can be described by exponential function caused from the maximum entropy principle (MEP), because a repose angle of volcano is determined when the energy ratio is minimized. Average longitudinal profiles and angle of repose in the system of volcanic landform were analyzed, and these results have the exponential curve generated from MEP for volcanic landform.

Keywords: Thermodynamics, Granular material, Angle of repose, Maximum entropy principle (MEP), Digital elevation model (DEM)

1) はじめに

火山の形を粒状体の集まりとしてみなせば(Reissner, 1924; Terada, 1929)、粒状体の変形破壊の時の角度は、土質力学における支持力の式に関係している。これら約 90 年前の古い知見をもとに、数値標高モデル(DEM)を用いて、富士山のような火山地形の縦断面図が、指数関数を持つ理由を非平衡熱力学から考察した。

2) 理論背景

Rowe(1962)は理論的に、粒状体の力の釣り合いと変位の適合条件から次式を定義した

$$K \equiv -\frac{\sigma_1 \dot{\epsilon}_1}{2\sigma_3 \dot{\epsilon}_3} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}, \quad (1)$$

ここで、 K : エネルギー比、 σ_i : 応力、 ϵ_i : 歪、 φ : 内部摩擦角(安定した傾斜を表す安息角として解釈できる)。1 式から非平衡熱力学に基づいて新関・佐武(1981)は、粒状体力学における応力-ダイラタンシー関係を表す Rowe(1962)のエネルギー最小原理を導いている。

さらに、塑性変形によって体積歪が一定のとき、支持力の式が次のように与えられる

$$y = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} e^{-\pi \tan \varphi}, \quad (2)$$

ここで、 $y = (L - D)/(H - D)$ は標高に関する関数で、 L, D, H は図 1 で定義される。2 式について、Reissner(1924)に基づく Terada(1929)は複数の火山の形態が則ると主張した。上記から、粒状体の集合体である火山地形に対して熱力学的世界観が提示される。

3) 方法・解析対象

Terada(1929)に基づき国内の常時観測火山(特に、標高 1,000m 以上)を合わせた 12 火山(羊蹄山、北海道駒ヶ岳、樽前山、那須岳、榛名山、赤城山、箱根山、富士山、伯耆大山、桜島、阿蘇山、霧島山)に対して DEM 解析を行った。Terada の手法(山頂からの距離 $x \leq 40$ (km)、16 方位、互いの火山の影響は最小化する)に則り、カシミール 3D を使用して国土地理院の 1/25000 地形図から 10m メッシュで、火山地形の平均縦断面図を作成した。

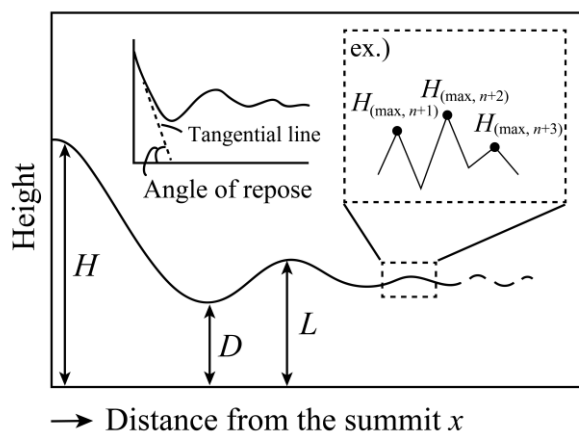


図 1. 火山地形の縦断面図

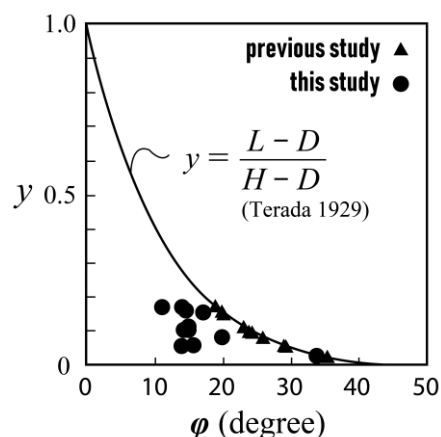


図 2. Terada(1929)との比較

4) 結果と考察

平均縦断面図の接線から得た安息角 ϕ は、Terada(1929)と比較して小さい値(●)を示す(図 2)。火山地形の系の散逸構造によって、平衡状態である 2 式の曲線より下の値を取るためと考えられる。

次に火山地形の起伏をみたとき、各起伏(山頂から n 個目)の標高値($H_{\max}$)と直後 $n+1$ の起伏の比は a で表され、12 火山の a は $(2/3) \sim a < 1$ を示した(図 3)。ゆえに

$$H_{(\max, n)} = He^{b(n-1)} = He^{bx}, \quad (3)$$

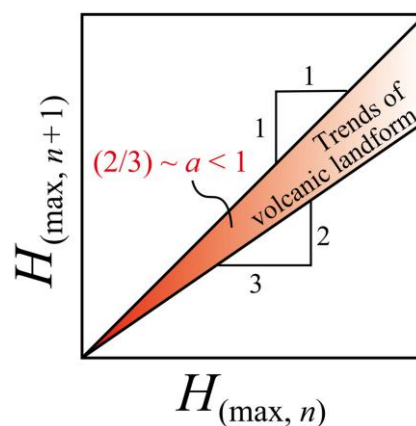


図 3. 火山地形の傾向

ここで、 b は火山地形の進化を表すパラメータ($= a-1$: 常に負の値をとる)。つまり、 b は 1 式と 2 式の ϕ で決定され、山頂から遠ざかるにつれて負の指数関数的に標高が下がることがエントロピー生成(新関・佐武, 1981)の観点から明らかにされた。これは Leopold and Walter (1962)が指摘した、山の標高はエントロピー最大状態を示す(MEP)ことと整合する。

5) 参考文献

[1] Reissner H (1924) Zum Erddruckproblem. In: Proceedings of the 1 st International Congress Applied Mechanics, Delft, 295–311. [2] Terada T (1929) On the form of volcanoes. Bull Earthq Res Inst Univ Tokyo 7(2): 207–221. [3] 新関 茂, 佐武 正雄 (1981) Rowe のエネルギー比最小の原理の誘導と考察, 土木学会第 36 回年次学術講演会講演概要集, III, 5–6. [4] Rowe PW (1962) The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. Proc. R. Soc. A 269(1339): 500–527. [5] Leopold LB, Walter BL (1962) The concept of entropy in landscape evolution. In: Geological Survey Professional Paper, A1–20.

プラスチック定数の有理数乗の辺の長さを持つ三角形

中川 幸一

埼玉大学, 埼玉県さいたま市桜区下大久保 255

k-nakagawa@h6.dion.ne.jp

A Triangle with Sides Lengths of the Rational Power of Plastic Constant

Kouichi Nakagawa

Saitama University, 255, Shimo-Okubo, Sakura-ku, Saitama City, Saitama

Abstract: Using the golden ratio ϕ , a triangle whose side length ratio can be expressed as $1 : \sqrt{\phi} : \phi$ represents a right triangle. Because, the golden ratio has the property of $\phi^2 = \phi + 1$. Since this satisfies $1^2 + (\sqrt{\phi})^2 = \phi^2$, it becomes a right triangle. This triangle is called the Kepler triangle. This study summarizes the considerations for triangles where the length of the 3 side of the triangle is expressed using a constant obtained from a linear regression sequence.

Keywords: Kepler Triangle, Golden Ratio, Plastic Constant, Tribonacci Constant, Supergolden Ratio

1 はじめに

線形回帰数列から得られる定数は色々と知られている。以下にいくつか具体例を示す。

フィボナッチ数列 $F_0 = 0, F_1 = 1; F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ に対して, 隣接二項間の比の極限は $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_n}{F_{n-1}} = \phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

という値に収束し, ϕ を黄金比という。また, この黄金比は $\phi^2 = \phi + 1$ を満たすという性質を持っている。

パドヴァン数列 $P_0 = P_1 = 0, P_2 = 1; P_{n+3} = P_{n+1} + P_n$ に対して, 隣接二項間の比の極限は

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P_n}{P_{n-1}} = \rho \approx 1.32471795 \dots$ という値に収束し, ρ をプラスチック定数という。また, このプラスチック定数は $\rho^3 = \rho + 1$ を満たすという性質を持っている。

トリボナッチ数列 $T_0 = T_1 = 0, T_2 = 1; T_{n+3} = T_{n+2} + T_{n+1} + T_n$ に対して, 隣接二項間の比の極限は

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{T_{n-1}} = t \approx 1.83929 \dots$ という値に収束し, t をトリボナッチ定数という。また, このトリボナッチ定数は $t^3 = t^2 + t + 1$ を満たすという性質を持っている。

ナーラーヤナの牛数列 $N_0 = N_1 = 0, N_2 = 1; N_{n+3} = N_{n+2} + N_n$ に対して, 隣接二項間の比の極限は

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_n}{N_{n-1}} = \psi \approx 1.46557 \dots$ という値に収束し, ψ を超黄金比という。また, この超黄金比は $\psi^3 = \psi^2 + 1$ を満たすという性質を持っている。

黄金比の性質とピタゴラスの定理より $\phi^2 = \phi + 1 \iff 1^2 + (\sqrt{\phi})^2 = \phi^2$ がいえるので, 3 辺の長さの比が $1 : \sqrt{\phi} : \phi$ であるとき, この三角形は直角三角形となる。この三角形をケプラーの三角形という。

他にも, 3 辺の長さの比が $\phi : \phi : 1$ である三角形は黄金三角形といい, $36^\circ - 72^\circ - 72^\circ$ の二等辺三角形となっている。

また, 3 辺の長さの比が $1 : 1 : \phi$ である三角形は黄金のグノモンといい, $108^\circ - 36^\circ - 36^\circ$ の二等辺三角形となっている。

2 ある定数の有理数乗の辺の長さを持つ三角形の条件

$\triangle ABC$ について, $\angle ACB = \theta$ とする。三角形の辺の長さの比が, ある定数 x の有理数乗で表されていると仮定する。このとき, 3 辺の比を $a : b : c = 1 : x^\alpha : x^\beta$ とすると 3 辺の関係式は $1 + x^{2\alpha} - 2x^\alpha \cos \theta = x^{2\beta}$ となる。

ここで, θ にいくつか具体的な値を入れてみると,

ラジアン	弧度法	関係式
$\frac{\pi}{2}$	90°	$x^{2\beta} = x^{2\alpha} + 1$
$\frac{\pi}{3}$	60°	$x^{2\beta} = x^{2\alpha} - x^\alpha + 1$
$\frac{2\pi}{3}$	120°	$x^{2\beta} = x^{2\alpha} + x^\alpha + 1$
π	180°	$x^{2\beta} = x^{2\alpha} + 2x^\alpha + 1 = (x^\alpha + 1)^2 \implies x^\beta = x^\alpha + 1$

となる.

3 線形回帰数列から得られる定数の有理数乗の辺の長さを持つ三角形

三角形の3辺の比が $a : b : c = 1 : x^\alpha : x^\beta$ であるような三角形を $(0, \alpha, \beta)$ で表すことにする. ($x^0 = 1$ より 0 を用いた)

自明なものとして以下のものが直ちに分かる.

ラジアン	弧度法	辺の比	定数の種類
π	180°	$(0, 1, 2)$	黄金比
π	180°	$(0, 1, 3)$	プラスチック定数
π	180°	$(0, 2, 3)$	超黄金比
$\frac{\pi}{2}$	90°	$\left(0, \frac{1}{2}, 1\right)$	黄金比
$\frac{\pi}{2}$	90°	$\left(0, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$	プラスチック定数
$\frac{\pi}{2}$	90°	$\left(0, 1, \frac{3}{2}\right)$	超黄金比
$\frac{2\pi}{3}$	120°	$\left(0, 1, \frac{3}{2}\right)$	トリボナッチ定数

これに対して, 非自明なものとしては以下のものが見つかった.

ラジアン	弧度法	辺の比	定数の種類
$\frac{\pi}{2}$	90°	$\left(0, 2, \frac{5}{2}\right)$	プラスチック定数
$\frac{\pi}{3}$	60°	$\left(0, 2, \frac{3}{2}\right)$	プラスチック定数
$\frac{\pi}{3}$	60°	$\left(0, 3, \frac{5}{2}\right)$	プラスチック定数
$\frac{2\pi}{3}$	120°	$(0, 1, 2)$	超黄金比
$\frac{2\pi}{3}$	120°	$\left(0, 1, \frac{5}{2}\right)$	プラスチック定数

参考文献

- [1] Thomas Koshy, "Fibonacci and Lucas Numbers with Applications (2nd ed.)", John Wiley & Sons, 2017.

対称関数とフィボナッチ数

渋谷元樹

神戸大学理学研究科数学専攻, 兵庫県神戸市灘区六甲台町 1-1

Symmteric functions and Fibonacci numbers

Genki SHIBUKAWA

Department of Mathematics, Graduate School of Science, Kobe University,
1-1, Rokkodai, Nada-ku, Kobe, 657-8501, JAPAN

Abstract: We investigate Fibonacci and Lucas numbers from the viewpoint of symmetric functions. In particular, we introduce a higher order analogue of Fibonacci and Lucas numbers and give their fundamental properties.

Keywords: Symmetric functions, Fibonacci numbers, Lucas numbers, binomial summations

$x_1, x_2, \dots, x_r$ を r 個の独立な変数とし, 非負整数 n に対し, 完全斉次対称多項式 $h_n^{(r)}(x_1, \dots, x_r)$, ベキ和対称多項式 $p_n^{(r)}(x_1, \dots, x_r)$ をそれぞれ次のように定める.

$$h_n^{(r)}(x_1, \dots, x_r) := \sum_{m_1 + \dots + m_r = n} x_1^{m_1} \cdots x_r^{m_r}, \quad p_n^{(r)}(x_1, \dots, x_r) := \sum_{j=1}^r x_j^n.$$

まず古典的なフィボナッチ数, リュカ数に関するド・モアブル-ビネの公式

$$F_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} \right) = \sum_{k=0}^n \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^k \cdot \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n-k}$$

$$L_n = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n$$

と

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} = -2 \cos \left(2\frac{2\pi}{5} \right), \quad \frac{1-\sqrt{5}}{2} = -2 \cos \left(1\frac{2\pi}{5} \right)$$

に注意する. すると F_{n+1} と L_n は 2 変数の完全斉次対称多項式 $h_n^{(2)}(x_1, x_2)$, ベキ和対称多項式 $p_n^{(2)}(x_1, x_2)$ にコサインの 5 等分値を代入したもの

$$F_{n+1} = h_n^{(2)} \left(-2 \cos \left(1\frac{2\pi}{5} \right), -2 \cos \left(2\frac{2\pi}{5} \right) \right)$$

$$L_n = p_n^{(2)} \left(-2 \cos \left(1\frac{2\pi}{5} \right), -2 \cos \left(2\frac{2\pi}{5} \right) \right)$$

に他ならないことがわかる. この考えを推し進め, 一般に r 変数の $h_n^{(r)}(x_1, \dots, x_r)$ と $p_n^{(r)}(x_1, \dots, x_r)$ に $x_j = -2 \cos \left(\frac{2\pi j}{2r+1} \right)$ を代入した特殊値

$$F_{n+1}^{(r)} := h_n^{(r)} \left(-2 \cos \left(\frac{2\pi}{2r+1} \right), \dots, -2 \cos \left(\frac{2\pi r}{2r+1} \right) \right),$$

$$L_n^{(r)} := p_n^{(r)} \left(-2 \cos \left(\frac{2\pi}{2r+1} \right), \dots, -2 \cos \left(\frac{2\pi r}{2r+1} \right) \right)$$

を考える ($F_{n+1}^{(r)}$ の添え数が $h_n^{(r)}$ と一つズレているのは古典的なフィボナッチ数に合わせたからである). これはフィボナッチ数, リュカ数 ($r=2$ の場合が) の自然な高階化であり, フィボナッチ数, リュカ数に類する多くの性質が成り立つ. その中でも今回は特に, 通常のフィボナッチ数, リュカ数の場合にも知られていないと思われる以下の公式を主に紹介する.

定理 1. 任意の非負整数 n と正の整数 r について

$$F_n^{(r)} = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} \frac{1}{2} \left((-1)^{\lfloor \frac{n-2k-1}{2r+1} \rfloor} - (-1)^{\lfloor \frac{n-2k-3}{2r+1} \rfloor} \right) \left(\binom{n+r-2}{k} - \binom{n+r-2}{k-1} \right)$$

$$= \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n-1}{2r+1} \rfloor} (-1)^k \left(\binom{n+r-2}{\lfloor \frac{n-(2r+1)k-1}{2} \rfloor} - \binom{n+r-2}{\lfloor \frac{n-3-(2r+1)k}{2} \rfloor} \right), \quad (1)$$

$$L_n^{(r)} = (-1)^{n+1} 2^{n-1} + (-1)^n \frac{2r+1}{2} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \delta_{2r+1|n-2k}$$

$$= \begin{cases} -2^{2m-1} + \frac{2r+1}{2} \sum_{k=-\lfloor \frac{m}{2r+1} \rfloor}^{\lfloor \frac{m}{2r+1} \rfloor} \binom{2m}{m-(2r+1)k} & (n=2m) \\ 4^m - \frac{2r+1}{2} \sum_{k=-\lfloor \frac{m+r+1}{2r+1} \rfloor}^{\lfloor \frac{m-r}{2r+1} \rfloor} \binom{2m+1}{m-(2r+1)k-r} & (n=2m+1) \end{cases}. \quad (2)$$

ただし,

$$\delta_{2r+1|n-2k} := \begin{cases} 1 & 2r+1 \mid n-2k \\ 0 & 2r+1 \nmid n-2k \end{cases}.$$

実際, 古典的なフィボナッチ数 F_n の良く知られた二項係数の表示式

$$F_n = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} \binom{n-k-1}{k}$$

と比べても, 我々の表示式

$$F_n^{(2)} = F_n = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n-1}{5} \rfloor} (-1)^k \left(\binom{n}{\lfloor \frac{n-5k-1}{2} \rfloor} - \binom{n}{\lfloor \frac{n-3-5k}{2} \rfloor} \right)$$

は恐らく新しい上に, より高精度 (項の数に比して近似の精度が高い) だと思われる.

研究を“カタチ”に 形の科学会機関誌での論文発表

この度は、形の科学シンポジウムにご参加いただきまして、ありがとうございました。

形の科学会の機関誌として、英文誌【FORMA】と和文誌【形の科学会誌】がございます。

<http://katachi-jp.com/gakkaishi>

奮ってご投稿ください。

英文誌【FORMA】

会員・非会員を問わず、投稿できます。

論文のカテゴリーは、(1) Original paper, (2) Review, (3) Letter, (4) Forum です。

投稿規定の詳細は、下記サイトの“Call for Papers to FORMA”をご覧ください。

<http://www.scipress.org/journals/forma/>

和文誌【形の科学会誌】

会員・非会員を問わず、投稿できます。

原著論文(original paper)、解説論文(review paper)、速報(rapid communications)、討論(commentary)、講座(単発および連載)、エッセイ、交流、ニュースなどを掲載します。

投稿規定の詳細は、下記サイトをご覧ください。

<http://katachi-jp.com/paperkitei>

形の科学シンポジウムを開催しませんか？ シンポ代表世話人を募集します

近年、形の科学シンポジウムは、年に2回、開催されています（2000年度までは、3回ずつ開催されていました）。過去のシンポジウムの開催履歴は、以下のサイトでご覧いただけます。 <http://katachi-jp.com/symposium>

シンポジウムの代表世話人は、形の科学会会員の中から選ばれます。

代表世話人は、シンポジウムの メインテーマの設定 や 招待講演者の人選 をほぼ自由におこなうことが出来ます。その他、そのシンポジウムならではの企画 を立てていただくことも可能です（過去には、遠足や見学を含んだシンポジウムもありました）。

形の科学会は、会員数としては小規模な学会ですが、会員の皆様のご専門分野は非常に広い分野に広がっております。このような多様な会員を有する学会は他にはあまり無く、本学会の長所であると考えております。

シンポジウム開催の観点から言えば、代表世話人を適切に選ぶことにより、多様なシンポジウムを開催することが可能となります。過去のシンポジウムの代表世話人は、事務局からの依頼で決まることが多かったのですが、立候補も歓迎します。我こそはと思う方は、下記までご連絡ください。（諸事情により、立候補して頂いてもご希望に沿えない場合もございますので、予めご了承ください。）

【お問い合わせ先】

形の科学会事務局・シンポジウム開催支援担当

石原正三（埼玉県立大学）

shozo@spu.ac.jp

手嶋吉法（千葉工業大学）

yoshinori.teshima@it-chiba.ac.jp

形の科学会 入会方法

入会資格は、形の科学的研究に興味を持っていることです。

入会案内の詳細は、右記サイトにあります。 <http://katachi-jp.com/nyukaiannai>

《インターネットによる入会手続き》

右記サイトにて必要事項をご入力ください。 <http://katachi-jp.com/nyukaimoushikomi>

《E-mail による入会手続き》

必要事項（切り取り線で挟んだ部分）を記入し、形の科学会事務局宛にお送り下さい。

《郵送による入会手続き》

必要事項（切り取り線で挟んだ部分）を紙に記入し、形の科学会事務局宛にお送り下さい。

————— 切り取り線 —————

会員登録カード (記入日： 年 月 日)

氏名： 氏名フリガナ：

生年月日： 年 月 日

連絡先選択：勤務先・自宅・出張先（一つだけ残す）

勤務先名称：

勤務先郵便番号：〒

勤務先住所：

勤務先電話： 勤務先 FAX：

勤務先 Email：

自宅郵便番号：〒

自宅住所：

自宅電話： 自宅 FAX：

自宅 Email：

主要活動分野（20 字以内）：

形関連の興味（箇条書きで各 20 字以内）：

備考（出張宛先, etc.）：

————— 切り取り線 —————

【形の科学会事務局】

〒184-8501 東京都小金井市貫井北町 4-1-1

東京学芸大学 自然科学系基礎自然科学講座理科教育分野

松浦 執 宛

E-mail：shum00@u-gakugei.ac.jp （00 は数字のゼロゼロ）

形の科学シンポジウム講演予稿集 Vol. 4 No. 2 (2019年 11月)

発行： 形の科学会

会長： 宮本 潔

獨協医科大学医学総合研究所

事務局長： 松浦 執

東京学芸大学自然科学系基礎自然科学講座理科教育分野

講演予稿集編集事務局： 手嶋 吉法

〒275-0016 千葉県習志野市津田沼 2-17-1

千葉工業大学工学部機械電子創成工学科

TEL: 047-478-0645 FAX: 047-478-0575

E-mail: yoshinori.teshima@it-chiba.ac.jp